Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision
Unité de recherche associée au C.N.R.S. n°825

ELECTRE III-IV

(version 2.1)

Manuel d'utilisation

(janvier 1991 - 2ème version révisée : mai 1993)

Université de Paris-Dauphine
Place du Maréchal de Lattre de Tassigny - 75775 PARIS Cedex 16 - Tel : 44 05 44 34

Sommaire

Chapitre 1

PRISE EN MAIN DU LOGICIEL 7

1.1 INSTALLATION 7

1.2 COMMENT UTILISER ELECTRE ? 8

1.3 PRINCIPES GENERAUX D'UTILISATION 8

Chapitre 2

LES METHODES MULTICRITERES 11

2.1 QUELLE METHODOLOGIE ADOPTER ? 11

2.2 LES PROBLEMATIQUES 12

2.3 LES CRITERES 12

2.3.1 SENS DES PREFERENCES 12

2.3.2 LE MODELE DU PSEUDO-CRITERE 13

2.4 LES SEUILS 14

2.4.1 SEUIL CONSTANT OU VARIABLE, SEUIL DIRECT OU INVERSE 14

2.4.2 DIFFERENTS TYPES DE SEUILS 15

2.4.3 PRECAUTIONS POUR LA DETERMINATION DES SEUILS 15

2.5 LE TABLEAU DES PERFORMANCES 16

2.6 LES DIFFERENTS TYPES D'APPROCHES OPERATIONNELLES 16

2.7 ELECTRE III ET IV 17

2.7.1 ELECTRE III 17

2.7.1.1 Objectif 17

2.7.1.2 Données 17

2.7.1.3 Calcul des indices de concordance ($c_j(a,b)$) 18

2.7.1.4 Agrégation des indices de concordance 20

2.7.1.5 Indices de discordance 21

2.7.1.6 La relation de surclassement floue 22

2.7.2 ELECTRE IV 23

2.7.2.1 Objectif 23

2.7.2.2 Relations de surclassement 24

2.8 ALGORITHME DE CLASSEMENT 25

2.8.1 PRINCIPES GENERAUX 25

2.8.2 CONSTRUCTION DU PREORDRE INTERSECTION 26

2.8.3 RESULTATS 27

Chapitre 3

LES FONCTIONS 29
3.1 L'OPTION FICHIER 30
3.2 L'OPTION DONNEES 30
3.2.1 LA COMMANDE Créa 31
3.2.1.1 Electre III ou IV 32
3.2.1.2 Matrice de surclassement 34
3.2.2 LA COMMANDE Modif 34
3.2.2.1 Critère 35
3.2.2.2 Action 36
3.2.2.3 Mode 36
3.2.3 LA COMMANDE Consul 37
3.2.3.1 Critères 37
3.2.3.2 Actions 38
3.2.4 LA COMMANDE Sup 39
3.2.5 LA COMMANDE Duplic 39
3.2.6 LA COMMANDE Chgt 39
3.2.7 LA COMMANDE Repr 39
3.2.8 LA COMMANDE Edit 40
3.2.9 LA COMMANDE Info 41
3.2.10 LA COMMANDE Fin 41
3.3 L'OPTION EXECUTION 41
3.4 L'OPTION RESULTATS 42
3.4.1 LA COMMANDE Consultation 42
3.4.2 LA COMMANDE Suppression 44
3.4.3 LA COMMANDE Edition 44
3.4.4 LA COMMANDE Graphe 44
3.4.5 LA COMMANDE Information 46
3.4.6 LA COMMANDE Fin 46
3.5 L'OPTION SYSTEME 47
3.6 L'OPTION INFO 48
3.7 L'OPTION FIN 48

Chapitre 4

JEUX D'ESSAI 49
4.1 CALCUL DE LA MATRICE DE SURCLASSEMENT 50
4.1.1 par la méthode Electre III (mode I) 50
4.1.1.1 Calcul des indices de concordance 50

4.1.1.2 Agrégation des préférences partielles en une relation binaire floue unique 52
4.1.1.3 Calcul des indices de discordance 52
4.1.1.4 La relation de surclassement floue 54
4.1.2 par la méthode Electre IV 56
4.2 ALGORITHME DE CLASSEMENT 58
4.3 RESULTATS 58
4.4 GRAPHE 61

ANNEXE 1 : SEUILS DIRECTS ET SEUILS INVERSES 63

ANNEXE 2 : ALGORITHME DE CLASSEMENT 67

ANNEXE 3 : ALGORITHME DE CLASSEMENT APPLIQUE A L'EXEMPLE DE REFERENCE 71

Bibliographie 83

Index 87

Ce manuel est composé de quatre chapitres. S'il s'agit de votre premier contact avec ELECTRE, vous devez impérativement lire le premier chapitre, qui vous indiquera comment utiliser ce logiciel. Les trois autres chapitres sont plus des chapitres de référence, auxquels vous pouvez vous reporter si vous avez un problème particulier ou si vous voulez en savoir plus. Ainsi, le second chapitre expose brièvement le principe des méthodes multicritères d'aide à la décision en général, et des méthodes ELECTRE III et IV en particulier. Dans le troisième chapitre, vous trouverez la description des fonctions de tous les menus du logiciel. Enfin, le dernier chapitre a pour but de vous montrer une application des méthodes et des formules données dans le second chapitre.

Chapitre 1
PRISE EN MAIN DU LOGICIEL

1.1 INSTALLATION

Ce logiciel fonctionne sur IBM PC et compatibles, et nécessite soit un lecteur de disquettes de capacité 1,2 Mo, soit un disque dur. Si vous ne disposez pas d'un disque dur, pour utiliser ELECTRE, vous pouvez insérer votre disquette dans le lecteur A, et insérer une disquette qui contiendra vos données dans le lecteur B (voir option SYSTEME). Positionnez-vous sur le lecteur A et tapez ELECTRE puis sur la touche Return.

Si vous possédez un disque dur, créez dans un premier temps un répertoire ELECTRE. Puis copiez tous les fichiers de votre disquette ELECTRE dans ce répertoire en tapant l'instruction Dos : *copy a:**Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini..Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** *C:\ELECTRE*

Ensuite, allez sous le répertoire ELECTRE et tapez ELECTRE puis sur la touche Return pour lancer le programme.

Les programmes nécessaires à l'exécution de ELECTRE sont au nombre de 8 :

ELECTRE.EXE	CREADON.EXE	ELECGD2.EXE	MODIFGD.EXE
EDITDON.EXE	ELECEX2.EXE	ELECGR2.EXE	ELECGF2.EXE

Un fichier ELECTRE.PAR permet de conserver des informations relatives à l'environnement d'une exécution à l'autre (voir option SYSTEME page 47). S'il n'existe pas, il sera créé par le logiciel avec des options par défaut.

Quatre fichiers d'informations (non indispensables) peuvent être consultés directement ou par l'intermédiaire du logiciel lors de la demande d'informations :

ELECTRE.TXT	ELECGD2.TXT	ELECGR2.TXT	ELECGF2.TXT

Dans tous les cas, tapez ELECTRE pour lancer le programme.

1.2 COMMENT UTILISER ELECTRE ?

Vous voici maintenant dans le menu principal. La démarche à suivre est alors la suivante :

- **première étape** : conception du jeu de données sur lequel vous désirez travailler. Il y a trois cas de figure :

Cas 1 - Vous voulez travailler sur un **nouveau jeu de données**. Choisissez alors l'option Données, puis dans le sous-menu proposé, choisissez la commande Créa. Une fois la création effectuée, revenez au menu principal.

Cas 2 - Vous voulez reprendre un jeu de données déjà existant et y apporter des **modifications**. Choisissez l'option Données du menu principal et la commande Modif du sous-menu proposé. Une fois les modifications effectuées, revenez au menu principal.

Cas 3 - Vous voulez reprendre un jeu de données déjà existant sans y apporter de modification. Vous n'avez rien à faire, passez à l'étape suivante.

- **deuxième étape** : lancer les calculs sur votre jeu de données. Choisissez l'option Exécution du menu principal, et sélectionnez votre jeu de données dans la liste proposée en vous déplaçant à l'aide des flèches et validez en tapant sur Return.

- **troisième étape** : consulter les résultats. Choisissez l'option Résultats, puis la commande Consultation dans le sous-menu proposé et sélectionnez le fichier contenant vos résultats (il a le même nom que votre fichier données mais avec l'extension .ELR).

Pour avoir le détail de la procédure à suivre après avoir choisi une option ou une commande, reportez vous au chapitre 3.

1.3 PRINCIPES GENERAUX D'UTILISATION

Tous les fichiers de données que vous serez amené à créer auront une extension particulière. Ainsi, les fichiers de jeux de données auront pour extension .ELD, ceux de jeux de résultats .ELR, et ceux des graphes .ELG.

Les menus se présentent sous la forme de bandeaux. Pour sélectionner l'option, il suffit soit de taper son initiale, soit d'utiliser les touches de déplacement (flèches) puis de valider en tapant sur la touche Return.

Lorsque le logiciel vous demande de rentrer un nom ou un chiffre, il vous faut à chaque fois valider en tapant sur la touche Return. De plus, lors de la consultation de tableaux ou de graphes, si ceux-ci sont trop grands pour tenir sur l'écran, il est possible d'utiliser les touches de déplacement pour consulter les parties cachées.

Le nombre d'actions est limité à 150 pour un maximum de 20 critères.

Chapitre 2
LES METHODES MULTICRITERES

Ce chapitre a pour objectif de présenter la démarche généralement adoptée dans tout problème d'aide à la décision, de situer les méthodes ELECTRE et de les décrire brièvement. Le logiciel ELECTRE permet de classer un ensemble d'actions évaluées sur une famille de critères. Avant d'utiliser ce logiciel, il vous faut donc définir les critères utilisés ainsi que les seuils d'indifférence, de préférence et de veto.

2.1 QUELLE METHODOLOGIE ADOPTER ?

Tout au long de l'étude, des options concernant le cadrage de l'étude devront être prises. Ces options sont relatives à quatre niveaux :

-Niveau I : prendre des options sur ce que vont être les **actions** et choisir la **problématique** de départ.

-Niveau II : définir les **critères** et évaluer chaque action sur les critères.

-Niveau III : construire le **tableau des performances** (actions en ligne et critères en colonne). Pour la problématique P.δ, l'étude s'arrête à ce niveau.

-Niveau IV : traiter l'information qui a été rassemblée antérieurement, analyser en choisissant une **approche opérationnelle**.

2.2 LES PROBLEMATIQUES

Il existe quatre types de problématiques :

Problématique du choix - P.α : l'objectif est d'obtenir un sous-ensemble d'actions aussi restreint que possible, en vue d'un choix final. Ce sous-ensemble contient les "meilleures" actions (**optimum**) ou, à défaut, des actions "satisfaisantes" (**satisfecum**).

Problématique du tri - P.β : on désire affecter chaque action dans une catégorie, les catégories étant définies a priori.

Problématique du rangement - P.γ : il s'agit ici de positionner les actions les unes par rapport aux autres, d'établir un classement.

Problématique de la description - P.δ : le but est de décrire, dans un langage approprié, les actions et leurs conséquences. Cette problématique est contenue dans les trois autres problématiques.

Les méthodes ELECTRE III et IV permettent de résoudre des problématiques de type P.γ.

2.3 LES CRITERES

Le décideur doit définir un ensemble de critères f = {1,2, ..., m} destinés à modéliser ses préférences. Chaque action est appréciée sur le critère j à partir de l'estimation des diverses conséquences qu'elle entraîne au point de vue de ce critère. L'évaluation de l'action a sur le critère j est notée $g_j(a)$.

2.3.1 SENS DES PREFERENCES

Le sens de préférence sur un critère (fonctions-critère) peut être croissant ou décroissant. Un critère avec un **sens de préférence croissant** est un critère pour lequel la préférence est croissante avec les évaluations. Inversement, un critère avec un **sens de préférence décroissant** sera un critère de type coût, pour lequel on préfèrera une faible valeur.

Dans tous les exemples qui vont suivre, nous utiliserons des critères avec un sens de préférence croissant.

2.3.2 LE MODELE DU PSEUDO-CRITERE

Il existe différents modèles de critères : vrai-critères, pseudo-critères, quasi-critères, pré-critères.

Soit deux actions a et b évaluées sur un critère j. L'évaluation de l'action a sur le critère j est notée $g_j(a)$, et celle de b est notée $g_j(b)$). Si le critère j est un **vrai-critère**, on a :

a P_j b **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a) > g_j(b)$: a est strictement préférée à b sur le critère j.

a I_j b **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a) = g_j(b)$: a est indifférente à b sur le critère j.

Mais ce modèle du vrai-critère ne permet pas de prendre en compte les imprécisions ou les incertitudes qui, dans beaucoup de problèmes réels, affectent les données sur lesquelles on se fonde pour évaluer chaque action .

Le modèle du **pseudo-critère** permet d'intégrer explicitement les éléments mal définis ou connus avec une marge d'imprécision en utilisant des **seuils**.

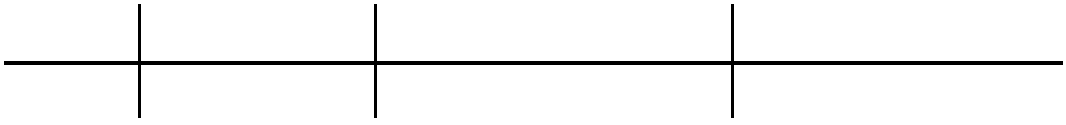
Les pseudo-critères font appel à deux fonctions seuils $q_j[g_j(a)]$ et $p_j[g_j(a)]$ respectivement appelées **seuil d'indifférence** et **seuil de préférence**. Ces seuils permettent de définir des relations d'**indifférence** (I), de **préférence faible** (Q) et de **préférence stricte** (P). On a ainsi, pour $g_j(b) > g_j(a)$:

- b I_j a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $g_j(b) - g_j(a) \leq q_j[g_j(a)]$
- b Q_j a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $q_j[g_j(a)] < g_j(b) - g_j(a) \leq p_j[g_j(a)]$
- b P_j a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $g_j(b) - g_j(a) > p_j[g_j(a)]$

b I_j a b Q_j a b P_j a

Erreur ! Signet non défini.Erreur ! Signet non défini.>

$g_j(a)$ $g_j(a)+q_j(g_j(a))$ $g_j(a)+p_j(g_j(a))$ $g_j(b)$



2.4 LES SEUILS

2.4.1 SEUIL CONSTANT OU VARIABLE, SEUIL DIRECT OU INVERSE

La valeur d'un seuil peut être constante ou variable. Dans le premier cas, la valeur du seuil est la même quelle que soit la place de l'intervalle $[g_j(a),g_j(b)]$ sur l'échelle de valeurs; on parle alors de **seuil constant**.

Dans le second cas, la valeur du seuil varie avec la position de l'intervalle et se calcule alors à l'aide d'une fonction (**seuil variable**). Le seuil peut alors se calculer soit à partir de la valeur de l'action la moins préférée (on définit ainsi ce qu'on appelle un **seuil direct**), soit à partir de l'évaluation de la meilleure action (on parle alors de **seuil inverse**).

De façon générale, les seuils sont calculés à l'aide d'une fonction affine. Prenons par exemple, sur un critère j, deux actions a et b telles que $g_j(b) > g_j(a)$

Erreur ! Signet non défini. Erreur ! Signet non défini. | | **Erreur ! Signet non défini.**>

$g_j(a)$ $g_j(b)$

On aura :

- seuil direct : $p = \alpha_j.g_j(a) + \beta_j$
- seuil inverse : $p = \alpha_j.g_j(b) + \beta_j$

Dans tous les exemples vus précédemment, nous avons pris des seuils directs. Ce sera aussi le cas pour tous les exemples à venir.

En résumé, quatre cas sont possibles :

- Cas 1 : soit un critère avec un sens de préférence croissant et des seuils directs;
- Cas 2 : soit un critère avec un sens de préférence décroissant et des seuils directs;
- Cas 3 : soit un critère avec un sens de préférence croissant et des seuils inverses;
- Cas 4 : soit un critère avec un sens de préférence décroissant et des seuils inverses.

Pour les cas 3 et 4, les seuils sont inverses. Le logiciel transforme automatiquement les seuils inverses en seuils directs (cf. Annexe 1, page 63). Cela permet, du point de vue informatique, de recourir au même algorithme de comparaison des actions par paires quel que soit le type de seuil. Ainsi, le cas 3 se ramène au cas 1, et le cas 4 au cas 2.

2.4.2 DIFFERENTS TYPES DE SEUILS

- **seuil d'indifférence** : c'est la plus grande valeur de $g_j(b) - g_j(a)$ probante d'une indifférence entre les deux actions sur le critère j. On note ce seuil q.

- **seuil de préférence** : c'est la plus petite valeur de $g_j(b) - g_j(a)$ probante d'une préférence stricte de l'action b sur l'action a. On note ce seuil p.

- **seuil de veto** : en plus des deux seuils précédents associés au concept de pseudo-critère, ELECTRE III-IV met en jeu un seuil supplémentaire : le seuil de veto. Pour définir un tel seuil, il est nécessaire de se poser la question : "sur le critère j, quelle doit être la valeur de l'écart $g_j(b) - g_j(a)$ pour qu'en aucun cas, globalement, a puisse être considérée comme meilleure que b quelles que soient les évaluations de a et b sur tous les autres critères ?" On notera ce seuil $v_j(g_j(a))$.

2.4.3 PRECAUTIONS POUR LA DETERMINATION DES SEUILS

Bien que le concept de seuil soit un outil commode permettant de prendre en compte l'imprécision, il n'est pas toujours possible de trouver une valeur précise de ces seuils. Il est donc nécessaire de faire varier ces seuils et de comparer les résultats ainsi obtenus, afin d'effectuer une **analyse de robustesse**. Dans ELECTRE, les seuils sont tous des fonctions affines du type $\alpha_j.g_j(a) + \beta_j$. Vous devez donc définir, pour chacun de trois seuils, les coefficients α et β. C'est donc sur ces coefficients que portera l'analyse de robustesse.

Vous devrez vous assurer de la cohérence des seuils ainsi définis, de manière à avoir par exemple pour chaque critère:

$$q_j(g_j(a)) \leq p_j(g_j(a) \leq v_j(g_j(a)) \text{ pour toute action a}$$

Vous devrez également vérifier que les fonctions seuils que vous avez définies restent positives pour toute valeur de l'échelle du critère.

D'autre part, des conditions sur la croissance des fonctions seuils impliquent les conditions suivantes sur le coefficient α, ces conditions sont fonction du sens de préférences et du sens de calcul des seuils :

dans le cas	on doit avoir
préférences croissantes et sens de calcul des seuils direct	$\alpha>-1$
préférences croissantes et sens de calcul des seuils indirect	$\alpha<1$
préférences décroissantes et sens de calcul des seuils direct	$\alpha<1$
préférences décroissantes et sens de calcul des seuils indirect	$\alpha>-1$

2.5 LE TABLEAU DES PERFORMANCES

Si on note A l'ensemble des actions et F la famille de critères, on appelle tableau des performances de A sur F le tableau contenant les valeurs de $g_j(a)$ pour tout j appartenant à F (j = 1 à m) et pour tout a appartenant à A.

Le tableau des performances est un outil précieux mais qu'il faut utiliser avec prudence. En effet, puisque les unités des échelles des différents critères sont généralement hétérogènes, les comparaisons d'actions s'avèrent très difficiles.

L'exploitation de ce tableau se fait en utilisant une **approche opérationnelle**, ELECTRE par exemple. C'est donc une fois ce tableau construit que le logiciel ELECTRE peut être utilisé, la liste des actions, la liste des critères et le tableau de performances constituant alors le jeu de données.

2.6 LES DIFFERENTS TYPES D'APPROCHES OPERATIONNELLES

Il existe trois familles d'approches opérationnelles. Ces trois familles sont codées habituellement A.O.1, A.O.2 et A.O.3 :

- A.O.1 : approche du **critère unique de synthèse** évacuant toute incomparabilité. C'est l'approche la plus classique. Elle consiste à agréger tous les critères à l'aide d'une fonction d'agrégation. La méthode de la somme pondérée par exemple fait partie de cette famille.

- A.O.2 : approche du **surclassement de synthèse** acceptant l'incomparabilité. C'est une approche plus prudente. Comme la précédente, elle prend appui sur une règle explicite permettant de comparer les actions, mais à l'inverse de l'A.O.1, elle accepte les situations d'incomparabilité lorsque l'affirmation d'une préférence ou d'une indifférence s'avère être insuffisamment justifiée. Les méthodes de type ELECTRE font partie de cette famille.

- A.O.3 : approche du jugement local interactif avec itérations essai-erreur. Cette approche "repose sur un protocole d'interaction régissant l'enchaînement d'étapes de dialogue et de traitement permettant de cheminer, moyennant essais et erreurs, sur la base de jugements à caractère local, vers des éléments de solution".

Les approches opérationnelles généralement utilisées relèvent directement de l'une de ces trois grandes familles, alors que d'autres s'analysent comme une combinaison ad hoc de deux d'entre elles.

Les méthodes de type ELECTRE font partie de la deuxième famille d'approches opérationnelles, l'A.O.2.

2.7 ELECTRE III ET IV

2.7.1 ELECTRE III

2.7.1.1 Objectif

ELECTRE III est utilisée lorsque le décideur est capable de donner des poids aux pseudo-critères. En vue de classer les actions entre elles, l'objectif premier de cette méthode sera de calculer un indicateur qui sera appelé **degré de crédibilité**. Il exprimera, pour toute paire d'actions (a,b), quel est le degré de crédibilité que l'on peut accorder à la proposition "a est au moins aussi bonne que b".

2.7.1.2 Données

A ce niveau de l'étude, on dispose d'un tableau de performances où chaque action $a \in A$ est évaluée sur l'ensemble des critères. Cette famille de critères F est munie d'une pondération $k = (k_1,k_2,...k_m)$ qui exprime l'importance relative des différents critères (ce sont les "**poids**" des critères).

2.7.1.3 Calcul des indices de concordance ($c_j(a,b)$)

1 - On se place dans le cas d'un critère à préférence croissante et à seuils directs. Prenons deux actions a et b sur un pseudo-critère j. Six cas peuvent se produire :

- $b\ P_j\ a$: $g_j(b) > g_j(a) + p_j[g_j(a)]$

Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini. $c_j(a,b) = 0$ et $c_j(b,a) = 1$

b est strictement préférée à a sur le critère j

- $b\ Q_j\ a$: $g_j(a) + q_j[g_j(a)] < g_j(b) \leq g_j(a) + p_j[g_j(a)]$

=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini. $0 < c_j(a,b)$[1] ≤ 1 et $c_j(b,a) = 1$

b est faiblement préférée à a sur le critère j

- $b\ I_j\ a$, $a\ I_j\ b$: $g_j(a) - q_j[g_j(b)] \leq g_j(b) \leq g_j(a) + q_j[g_j(a)]$

Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini. $c_j(a,b) = 1 = c_j(b,a)$

b et a sont indifférentes sur le critère j

- $a\ Q_j\ b$: $g_j(a) - p_j[g_j(b)] \leq g_j(b) < g_j(a) - q_j[g_j(b)]$

Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini. $c_j(a,b) = 1$ et $0 < c_j(b,a) \leq 1$

a est faiblement préférée à b sur le critère j

---

[1] $c_j(a,b)$ est obtenu par interpolation linéaire :

$$c_j(a,b) = \text{Erreur ! Signet non défini.}\ \frac{p_j[g_j(a)] - [\,g_j(b) - g_j(a)\,]}{p_j[g_j(a)] - q_j[g_j(a)]}$$

- a P_j b : $g_j(b) < g_j(a) - p_j[g_j(b)]$

Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini. $c_j(a,b) = 1$ et $c_j(b,a) = 0$

a est strictement préférée à b sur le critère j

La formule générale pour le calcul des **indices de concordance** est donc :

$$c_j(a,b) = \frac{p_j[g_j(a)] - \min\,[\,g_j(b) - g_j(a),\, p_j[g_j(a)]\,]}{p_j[\,g_j(a)] - \min\,[g_j(b) - g_j(a),\, q_j[g_j(a)]\,]}$$

Soit graphiquement :

Erreur ! Signet non défini. | | | **Erreur ! Signet non défini.**$g_j(b)$**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini.1 **Erreur ! Signet non défini.**

$g_j(a)$ $g_j(a)+q_j[g_j(a)]$ $g_j(a)+p_j[g_j(a)]$

Erreur ! Signet non défini. Préférence

Erreur ! Signet non défini.

>**Erreur ! Signet non défini.**

2 - On se place dans le cas d'un critère à préférences décroissantes et à seuils directs.

Les seuils sont alors calculés à partir de l'évaluation la plus importante.
La formule générale pour le calcul des **indices de concordance** est alors :

$$c_j(a,b) = \frac{p_j[g_j(a)] - \min\,[\,g_j(a) - g_j(b),\, p_j[g_j(a)]\,]}{p_j[\,g_j(a)] - \min\,[g_j(a) - g_j(b),\, q_j[g_j(a)]\,]}$$

Soit graphiquement :

Erreur ! Signet non défini. $c_j(a,b)$**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini. | | | **Erreur ! Signet non défini.**$g_j(b)$**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini.1 **Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini. $g_j(a)-p_j[g_j(a)]$ $g_j(a)-q_j[g_j(a)]$ $g_j(a)$

Erreur ! Signet non défini. Préférence

<**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini.

Rappelons que les seuils inverses sont automatiquement transformés en seuils directs par le programme.

2.7.1.4 Agrégation des indices de concordance

A partir des indices de concordance par critère, on construit la matrice de concordance globale en tenant compte de l'importance relative de chaque critère :

$$C(a,b) = \frac{\sum_{j=1}^{m} k_j \,x\, c_j(a,b)}{\sum_{j=1}^{m} k_j}$$

C(a,b) exprime dans quelle mesure les évaluations de a et de b sur tous les critères sont en concordance avec la proposition "a surclasse b".

2.7.1.5 Indices de discordance

La relation de concordance ainsi définie doit être affaiblie par la notion de discordance. En effet, même si tous les critères sauf un, k, concordent avec l'assertion "a au moins aussi bonne que b", il se peut que l'écart $g_k(b) - g_k(a)$ soit si grand qu'il devienne impossible de ne pas en tenir compte.

A cet effet, il est nécessaire de calculer, pour chaque paire d'actions (a,b), un ensemble d'indices de discordance $D_j(a,b)$ (pour j de 1 à m).

Chaque valeur $D_j(a,b)$ exprime dans quelle mesure le critère j réfute l'assertion "a au moins aussi bonne que b". Le calcul des D_j fait intervenir un seuil de veto par critère (cf. 2.4.2 page 15).

Dans le cas de préférence croissante, l' **indice de discordance** $D_j(a,b)$ s'exprime de façon générale sous la forme suivante :

$$D_j(a,b) = \min\left(1; \max\left(0; \frac{g_j(b) - g_j(a) - p_j[g_j(a)]}{v_j[g_j(a)] - p_j[g_j(a)]}\right)\right)$$

Soit graphiquement :

Erreur ! Signet non défini. | | | **Erreur ! Signet non défini.**$g_j(b)$**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini.1 **Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini. $g_j(a)$ $g_j(a)+p_j[g_j(a)]$ $g_j(a)+v_j[g_j(a)]$

Erreur ! Signet non défini. Préférence

Erreur ! Signet non défini. >**Erreur ! Signet non défini.**

Dans le cas de préférence décroissante, l'**indice de discordance** $D_j(a,b)$ s'exprime de façon générale sous la forme suivante :

$$D_j(a,b) = \min\left(1; \max\left(0; \frac{g_j(a) - g_j(b) - p_j[g_j(a)]}{v_j[g_j(a)] - p_j[g_j(a)]}\right)\right)$$

Soit graphiquement :

$D_j(a,b)$

Erreur ! Signet non défini. **Erreur ! Signet non défini.**$g_j(b)$**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini.1 **Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini. $g_j(a)-v_j[g_j(a)]$ $g_j(a)-p_j[g_j(a)]$ $g_j(a)$

Erreur ! Signet non défini. Préférence

<**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini.

2.7.1.6 La relation de surclassement floue

La relation de surclassement floue est caractérisée pour chaque paire d'action (a,b) par un **degré de crédibilité** d(a,b). Ce degré de crédibilité n'est autre que l'indice de concordance C(a,b) affaibli par les indices de discordance $D_j(a,b)$. Cependant, un indice de discordance $D_j(a,b)$ ne contribue à l'affaiblissement de C(a,b) que s'il est suffisamment grand (c'est-à-dire si $D_j(a,b) > C(a,b)$) :

De façon générale, on a :

- si $\bar{F}6\,(a,b) = \{j \in F / D_j(a,b) > C(a,b)\} = \varnothing$, alors $d(a,b) = C(a,b)$

- si $\bar{F}7\,(a,b) \neq \varnothing$, alors :

$$d(a,b) = C(a,b) \times \prod_{j \in \bar{F}(a,b)} \frac{1 - D_j(a,b)}{1 - C(a,b)}$$

Remarques :

-Si aucun $D_j(a,b)$ n'est suffisamment grand, on a $d(a,b)=C(a,b)$.
-S'il existe au moins un critère j tel que $D_j(a,b)=1$, c'est-à-dire tel que j mette son veto, alors $d(a,b)=0$ quelle que soit l'importance relative de ce critère.

On construit ainsi la matrice des degrés de crédibilité pour chaque paire d'actions (a,b), à partir de laquelle on va appliquer l'algorithme de classement.

2.7.2 ELECTRE IV

2.7.2.1 Objectif

Lorsque l'utilisateur ne peut pas ou ne désire pas donner de jeu de poids pour la famille de critères, il devient impossible de construire la matrice de concordance en agrégeant les préférences partielles. ELECTRE IV utilise quatre relations de surclassement (S_q, S_c, S_p et S_v) pour construire la relation de surclassement floue. L'emploi de ces quatre relations de surclassement repose sur deux idées directrices :

-aucun critère n'est prépondérant face à un regroupement d'une moitié quelconque des critères;

-aucun critère n'est négligeable face à un regroupement d'une moitié quelconque des critères.

Notations :

-$m_p(b,a)$: nombre de critères pour lesquels b est strictement préférée à a.
-$m_q(b,a)$: nombre de critères pour lesquels b est faiblement préférée à a.
-$m_i(b,a)$: nombre de critères pour lesquels b est indifférente à a bien que son évaluation soit meilleure.
-$m_o(b,a) = m_o(a,b)$: nombre de critères pour lesquels b et a ont la même évaluation.

Ces notations mettent en évidence 4 cas, les trois premiers d'entre eux donnant naissance à un cas symétrique (permutation du rôle de a et b). Tout critère correspond à un et un seul des sept cas ainsi définis.

On a, donc, pour toute paire {a,b} :

$m = m_p(a,b) + m_q(a,b) + m_i(a,b) + m_0(a,b) + m_i(b,a) + m_q(b,a) + m_p(b,a)$

2.7.2.2 Relations de surclassement

- **quasi-dominance** : S_q

b S_q a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $m_p(a,b) + m_q(a,b) = 0$ et

$m_i(a,b) \leq 1 + m_i(b,a) + m_q(b,a) + m_p(b,a)$

Des écarts défavorables à b, même inférieurs au seuil d'indifférence, interdisent, lorsqu'ils sont trop nombreux, b S_q a (prise en compte d'effets de cumul).

- **dominance canonique** : S_c

b S_c a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $m_p(a,b) = 0$ et

$m_q(a,b) \leq m_p(b,a)$ et

$m_q(a,b) + m_i(a,b) \leq 1 + m_i(b,a) + m_q(b,a) + m_p(b,a)$

On a : $S_q \subset S_c$

$S_q = S_c$ si $\{j \in F / a\ Q_j\ b\} = \varnothing$, i.e $m_q(a,b) = 0$.

S_c est plus riche que S_q; toutefois, pour pouvoir tolérer x critères tels que a Q_j b, il faut au moins x critères donnant une préférence stricte favorable à b (effet de masque).

- **pseudo-dominance** : S_p

b S_p a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $m_p(a,b) = 0$ et

$m_q(a,b) \leq m_q(b,a) + m_p(b,a)$

On a : $S_c \subset S_p$

S_p est plus riche que S_c (élargissement de l'effet de masque).

- **veto-dominance** : S_v

Soit $v_j[g_j(a)]$ un seuil de veto, posons :

b PV_j a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $g_j(b) \geq g_j(a) + v_j[g_j(a)]$

Si b PV_j a, alors la préférence en faveur de b selon le critère j est si fortement affirmée qu'elle constitue un veto pour "a surclasse b" quelles que soient les préférences en faveur de a selon les critères autres que j.

b S_v a **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** NON a PV_jb pour tout j et

SOIT $m_p(a,b) = 0$

SOIT $m_p(a,b) = 1$ et $m_p(b,a) \geq m/2$

(où m = nb.de critères)

On remarque que : $S_q \subset S_c \subset S_p \subset S_v$.

A chaque relation de dominance, on associe, de façon volontariste, une valeur du **degré de crédibilité**. Ainsi :

- si a S_q b, alors d(a,b) = 1
- si a S_c b, alors d(a,b) = 0.8
- si a S_p b, alors d(a,b) = 0.6
- si a S_v b, alors d(a,b) = 0.35

L'utilisateur a la possibilité de choisir parmi ces quatre relations celles qu'il désire voir prises en compte par le programme. Par exemple, s'il décide de n'employer que S_q et S_c, les degrés de crédibilité ne pourront prendre que les valeurs 1, 0.8 ou 0. Et si plusieurs relations lient a à b, on ne conserve que la dominance la plus forte. Si aucune relation ne lie a à b, alors d(a,b) = 0.
En procédant ainsi pour chaque paire d'actions (a,b), on obtient la matrice des degrés de crédibilité.

2.8 ALGORITHME DE CLASSEMENT

2.8.1 PRINCIPES GENERAUX

L'algorithme de classement a pour but d'exploiter une relation de surclassement floue en vue d'ordonner les actions selon un préordre partiel. Les degrés de crédibilité associés à cette relation de surclassement peuvent être obtenus par une des deux méthodes décrites précédemment (ELECTRE III ou IV). Cependant, cet algorithme s'applique quelle que soit la méthode employée. Vous pouvez ainsi l'appliquer sur une matrice de surclassement que vous avez saisie directement.

Le but de l'algorithme est de construire deux classements de façon différente. Le premier en sélectionnant les meilleures actions pour finir par les actions les plus mauvaises (**distillation descendante**), le second en sélectionnant d'abord les plus mauvaises actions pour finir par les meilleures (**distillation ascendante**).

- L'algorithme, pour fonctionner, nécessite, en plus de la matrice de surclassement, une fonction seuil de discrimination qui permet de définir une succession de relations de surclassement nettes :

a S_k b **Erreur ! Signet non défini.<Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** d(a,b) > l_k et d(a,b) > d(b,a) + s[d(a,b)]
où S_k est la relation de surclassement et l_k le niveau de coupe de l'itération k.

- A partir de cette matrice de surclassement nette, on calcule la **qualification** de chaque action par rapport à l'ensemble A des actions :

q_A(a) = nb d'actions que a surclasse - nb d'actions qui surclassent a

- La qualification de chaque action ainsi établie, on sélectionne la ou les meilleures actions (sélection descendante) ou la ou les plus mauvaises actions (sélection ascendante) que l'on extrait de l'ensemble des actions à classer.

- Sur l'ensemble des actions restant à classer, on calcule à nouveau la qualification de chaque action pour extraire une ou plusieurs actions. On réitère l'opération tant que toutes les actions ne

sont pas classées. Cette étape est appelée la distillation (cf Annexe 2, page 67 pour une description détaillée de l'algorithme).

A l'issue de la distillation ascendante et descendante, on obtient deux préordres. Dans chacun d'eux, les actions sont regroupées au sein de classes d'équivalence ordonnées entre elles. Chaque classe contient au moins une action.
Il est à noter que les résultats seront influencés par le seuil de discrimination et les niveaux de coupe choisis. Ces paramètres varient au cours du processus de sélection. Leur valeur initiale est fixée par le programme mais l'utilisateur décide de la façon dont ils vont évoluer au cours de la distillation. Afin d'éviter toute utilisation intempestive de la fonction faisant varier les seuils, ce qui peut avoir pour résultat de rendre les classements obtenus en fin de distillation moins significatifs, le programme propose des valeurs standards que l'utilisateur peut, s'il le désire, modifier (cf. 3.5 page 47).

2.8.2 CONSTRUCTION DU PREORDRE INTERSECTION

Le préordre intersection met en relief les comparaisons entre actions que la méthode a permis d'obtenir et souligne les incomparabilités éventuelles.
L'action a sera considérée meilleure que l'action b si, dans l'un au moins des classements, a est classée avant b et si, dans l'autre, a est au moins aussi bien classée que b.
L'action a sera jugée équivalente à b si les deux actions appartiennent à la même classe dans les deux préordres.
Les actions a et b seront incomparables si, par exemple, a est en meilleure position que b dans le classement ascendant et si b vient avant a à l'issue de la distillation descendante.

2.8.3 RESULTATS

Les résultats finaux dont dispose le décideur sont :

-Le résultat des deux distillations : liste des actions ordonnées par le rang qu'elles occupent dans chaque classement.

-Un tableau croisé des actions :
A l'intersection de la ligne de l'action a et de la colonne de l'action b, on aura :

+si l'action a est mieux classée que l'action b dans l'un des préordres et au moins aussi bien classée dans l'autre préordre.

0 si les deux actions a et b ont le même classement dans les 2 préordres (situation d'indifférence).

Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini. si a est mieux classée que b dans l'un des préordres et si on a l'inverse dans l'autre préordre (situation d'incomparabilité).

-si a est moins bien classée que b dans l'un des deux préordres et au plus aussi bien classée que b dans l'autre.

-un classement médian (préordre complet) obtenu en rangeant les actions suivant les valeurs croissantes de la somme de leurs rangs dans les deux distillations. Dans ce classement médian, il n'existe pas de situation d'incomparabilité, et deux actions sont considérées comme indifférentes si la somme de leurs deux rangs est identique.

-La liste des successeurs immédiats et des prédécesseurs immédiats de chaque action.

Chapitre 3
LES FONCTIONS

Les caractéristiques de l'environnement ELECTRE sont supervisées par un système de menus à plusieurs niveaux. Le système se compose d'un menu principal et de plusieurs sous-menus. Le menu principal apparaît en haut de l'écran.

Menu Principal

Les options DONNEES, RESULTATS et SYSTEME du menu principal affichent un autre menu à l'écran, donnant la liste des options de travail additionnelles qui étendent encore les choix pour contrôler le système. Les options et les commandes disponibles dans ces menus sont le sujet principal de ce chapitre.

Beaucoup de possibilités rencontrées dans ce chapitre sont d'un emploi très fréquent dès que l'on travaille sur ELECTRE. D'autres sont des options plus spécifiques, voire perfectionnées, qu'on n'utilisera qu'à l'occasion, en cas de besoin. Pour cette raison, il est probable que vous reviendrez à ce chapitre ultérieurement pour revoir des caractéristiques peu utilisées. Une bonne stratégie consiste à lire une première fois de bout en bout ce chapitre maintenant, puis de se reporter à des paragraphes spécifiques si besoin est.

3.1 L'OPTION FICHIER

La commande Fichier affiche en dessous du menu principal la liste des jeux de données disponibles sous le répertoire courant. Elle permet donc de visualiser tous les fichiers ayant pour extension .ELD .

Pour revenir au menu principal, il suffit de taper sur une touche quelconque du clavier. La commande Fichier vous permet ainsi de repérer le nom exact du fichier sur lequel vous désirez travailler.

3.2 L'OPTION DONNEES

Les commandes du menu Données permettent de créer, de modifier, de supprimer, de copier un ou plusieurs jeux de données, d'imprimer des données, de changer le nom d'un jeu de données, de reprendre la saisie d'un jeu de données incomplet. Le menu Données qui s'affiche en dessous du menu principal contient une liste de dix commandes.

Menu Données

La plupart de ces commandes sont simples d'emploi. Nous allons les étudier dans l'ordre où elles apparaissent dans le menu.

3.2.1 LA COMMANDE Créa

Créa, la première commande du menu Fichier, permet de créer un fichier de données. Quand on choisit cette commande, une fenêtre de dialogue apparaît. La liste des jeux de données déjà existants s'affiche à l'écran, et on vous demande de rentrer un nom pour le fichier que vous désirez créer. Deux fichiers différents ne peuvent avoir le même nom, vous devez donc choisir un nom

(composé de 8 caractères au maximum) qui n'est pas dans la liste. L'extension .ELD sera ajoutée automatiquement. On vous demande ensuite de rentrer le nom de l'utilisateur.

Menu Données/Création : saisie du nom du jeu de données

Vous devez enfin préciser le **mode** sous lequel votre jeu de données devra être utilisé, et choisir pour cela entre ELECTRE III, ELECTRE IV, et Matrice de surclassement. Les deux premières options consistent à construire la matrice de surclassement en utilisant une des deux méthodes ELECTRE III ou IV décrites dans le premier chapitre. La troisième option consiste à rentrer directement une matrice de surclassement (matrice contenant pour chaque paire d'actions (a,b) un degré de crédibilité compris entre 0 et 1).

3.2.1.1 ELECTRE III ou IV

Si vous choisissez une des deux premières options, vous arrivez sur un nouvel écran. Cet écran va vous permettre de définir un premier **critère** (cf. 2.3 page 12):

Menu Données/Création : saisie d'un critère

- **Libellé du critère** : c'est le libellé complet du critère.

- **Libellé réduit** : sur 8 caractères au maximum, il doit être suffisamment évocateur pour identifier facilement votre critère. C'est ce libellé qui sera le plus souvent utilisé par la suite, dans les différents tableaux.

- **Sens des préférences** (cf 2.3.1 page 12) : tapez C si le sens des préférences est croissant, ou D si il est décroissant comme par exemple un critère de coût (vous préférerez une action à faible coût à une action à coût élevé, c'est-à-dire vous préférerez sur un tel critère avoir la valeur la plus faible possible).

- **Sens de calcul des seuils** (cf 2.4.1 page 14) : tapez D pour direct ou I pour inverse.

- **Coefficients des fonctions-seuil** (cf 2.4.2 page 15) :
  seuil d'indifférence
  seuil de préférence stricte
  seuil de veto

Vous devez rentrer les coefficients des trois fonctions affines permettant de calculer les valeurs des trois seuils pour chaque évaluation possible sur l'échelle du critère.

Par exemple, si q désigne la fonction-seuil d'indifférence, on aura q[g(x)] = a**Erreur ! Signet non défini.***Erreur ! Signet non défini.**g(x) + b, où g(x) est la valeur prise par une action x sur le critère g.

Remarque importante :

-Pour définir un seuil constant s, il suffit de saisir les données suivantes :

$a = 0$ et $b = s$

-Pour définir un seuil proportionnel à l'évaluation, il suffit de poser b = 0. Par exemple, si vous voulez définir un seuil d'indifférence de 10%, vous saisirez les données suivantes :

$a = 0.1$ et $b = 0$

Dans tous les cas, consultez le paragraphe 2.4.3 (page 15) sur les précautions à respecter dans les données des coefficients des fonctions seuils.

- **Poids du critère** (seulement dans le cas de ELECTRE III): entrez une valeur numérique correspondant à l'importance que vous attachez à ce critère. Attention ! Si vous entrez des poids trop grands, vous risquez de provoquer un dépassement de capacité (dans ce cas, le programme "plante" à l'exécution et sort avec un message d'erreur). Il est alors nécessaire de donner des poids inférieurs à 1 (en les divisant tous par le même nombre).

Une fois toutes ces informations saisies, on vous demande de les valider. Si vous avez fait une erreur, répondez N et vous pouvez ainsi recommencer la saisie. Dans le cas contraire, vous avez la possibilité de définir un autre critère, ce qui vous amène à remplir un nouvel écran du même type. Lorsque vous avez défini tous vos critères, répondez O à la question 'Fin de saisie des critères (O/N) ?'. Vous voyez alors apparaître le tableau récapitulatif de tous les critères saisis. Tapez sur une touche pour continuer.

ATTENTION ! Lorsque vous avez terminé la création de votre jeu de données, si vous ne validez pas, toutes les informations saisies sont perdues. Donc, en cas d'erreur de saisie, validez votre saisie puis allez modifier le fichier en choisissant la commande Modif de l'option Données.

Vous allez devoir maintenant définir vos **actions**. Si vous désirez arrêter momentanément la saisie de votre jeu de données, répondez N et vous reprendrez la saisie plus tard en choisissant l'option Repr. Si vous répondez O, vous arrivez sur un écran du même type que celui servant à la définition des critères :

- Libellé de l'action : c'est le libellé complet de l'action.
- Libellé réduit : il est composé de 8 caractères au maximum.

Vous rentrez ensuite la valeur prise par l'action sur chacun des critères. Une fois toutes vos actions saisies, répondez O à la question 'Fin de saisie des actions (O/N) ?'. Tous les jeux de données disponibles s'affichent alors à l'écran, y compris celui que vous venez de définir. Vous avez la possibilité de recommencer la même opération pour créer un autre fichier de données.

3.2.1.2 Matrice de surclassement

Si vous choisissez l'option Matrice de surclassement, vous devez dans un premier temps identifier vos actions, en rentrant pour chacune d'elles un libellé complet et un libellé réduit sur 8 caractères maximum. Lorsque vous avez défini toutes vos actions, tapez sur Return.

Vous allez ensuite saisir votre matrice de surclassement ligne par ligne. A chaque ligne va correspondre un écran. En haut à gauche de l'écran est inscrite l'action pour laquelle vous allez donner les valeurs des indices. Cette matrice n'aura sur sa diagonale que des 1, saisis automatiquement. Lorsque vous avez rentré les valeurs pour une ligne, vous devez valider ou invalider la saisie, puis indiquer si vous voulez continuer la saisie. Vous pouvez ainsi soit arrêter la saisie temporairement, soit saisir toutes les lignes de la matrice.

Vous voyez ensuite dans la liste des jeux de données disponibles que votre fichier a bien été créé. Il vous est maintenant possible soit de créer un nouveau fichier de données, soit de retourner au sous-menu.

3.2.2 LA COMMANDE Modif

Modif permet de modifier un fichier de données déjà existant. Vous sélectionnez le fichier à modifier en utilisant les flèches de déplacement. Lorsque son nom est en sur-brillance, tapez sur Return, et confirmez votre sélection. Vous voyez alors apparaître un nouvel écran. Juste au dessus de la barre-menu, ELECTRE vous affiche quelques informations concernant votre fichier :

- le mode sous lequel il est utilisé : ELECTRE III, ELECTRE IV, ou Matrice de surclassement.
- le nombre de critères.
- le nombre d'actions.

De la même manière que avez sélectionné votre fichier, choisissez dans le menu l'option qui vous intéresse (Critère, Action ou Mode).

3.2.2.1 Critère

Une autre barre de menu s'affiche, vous donnant le choix entre:

- **ajout** : indiquez le numéro du critère à ajouter. Si vous avez par exemple 4 critères, vous n'êtes pas obligé de donner à ce nouveau critère le numéro 5. Vous pouvez très bien vouloir le mettre en deuxième position dans la liste. Les critères 2, 3 et 4 seront alors renumérotés.

Vous devez ensuite saisir toutes les informations concernant votre critère. Reportez vous à la commande Créa si vous voulez des précisions sur ces informations. Il vous faut après évaluer toutes les actions sur ce nouveau critère. A la fin de votre saisie, validez ou invalidez votre saisie. Si vous avez validé vos informations, vous voyez le nouveau critère s'insérer dans la liste, à la position demandée.

- **suppression** : indiquez le numéro du critère que vous désirez supprimer. Reportez vous pour cela à la liste des critères qui est affichée en bas à gauche de l'écran. ELECTRE vous affiche alors toutes les caractéristiques de ce critère pour que vous l'identifiiez avec certitude. Vous devez alors valider la suppression.

- **modification** : après avoir consulté la liste des critères, entrez le numéro du critère que vous voulez modifier. Vous voyez alors apparaître un écran contenant toutes les caractéristiques de ce critère, et le curseur est positionné sur la première caractéristique. Vous pouvez commencer les modifications. Si vous ne voulez pas modifier une zone, appuyez simplement sur Return. Validez ensuite la saisie pour revenir au sous-menu.

Menu Données/Modification : modification d'un critère

- **fin** : choisissez cette option lorsque vous avez terminé vos opérations sur les critères. Vous revenez alors au menu précédent.

3.2.2.2 Action

Les options disponibles (ajout, suppression, modification, fin) et les manipulations à effectuer sont très semblables à celles de l'option Critère, décrites juste au-dessus. Reportez-vous donc à ces descriptions si vous rencontez quelques problèmes pour traiter votre ensemble d'actions.

3.2.2.3 Mode

La commande Modif vous permet aussi de changer les poids des critères et le mode d'utilisation du logiciel. Vous pouvez ainsi choisir d'appliquer la méthode ELECTRE III ou IV, ou bien de fournir directement une matrice de surclassement.

-Si le jeu de données initial est en mode ELECTRE III, cette option vous permet de changer
  . uniquement les poids des critères
  .ou le mode de traitement : le jeu de données passe alors en mode ELECTRE IV. LE JEU DE POIDS INITIAL EST PERDU.
-Si le jeu de données initial est en mode ELECTRE IV, cette option vous permet de changer
  .l'ensemble des relations emboîtées retenues
  .ou le mode de traitement : le jeu de données passe alors en mode ELECTRE III.

3.2.3 LA COMMANDE Consul

Avec cette commande, vous pouvez consulter le contenu d'un jeu de données. Choisissez tout d'abord votre fichier dans la liste à l'aide des flèches de déplacement et confirmez votre choix. Vous avez ensuite la possibilité de consulter soit les critères, soit les actions.

Attention ! Il s'agit ici uniquement d'une consultation; il n'est pas possible dans cette option d'effectuer des modifications.

3.2.3.1 Critères

Sur un nouvel écran s'affiche la liste des critères définis. Vous pouvez en sélectionner un pour visualiser toutes ses caractéristiques. Choisissez pour cela l'option Critère dans le menu qui vous est proposé.

Vous pouvez aussi visualiser sur un même écran les caractéristiques importantes de tous les critères. Choisissez alors l'option Tableau récapitulatif.
Sur ce tableau, les caractéristiques d'un critère sont écrites en ligne :

Menu Données/Consultation : Tableau récapitulatif des critères

Par exemple, le critère 2 a un sens de préférence décroissant, un sens de calcul inverse, la fonction seuil d'indifférence a pour coefficients a(coeff. de proportionnalité) = 0.02 et b(coeff. constant) = 500 et a pour poids 3.

3.2.3.2 Actions

Vous voyez apparaître dans la moitié inférieure de l'écran la liste des actions et une barre-menu. Pour visionner les caractéristiques d'une action précise, choisissez l'option Informations et rentrez le **numéro** de l'action à consulter. Les caractéristiques de l'action choisie s'affichent aussitôt. Tapez ensuite le numéro d'une autre action, ou simplement Return pour revenir à l'écran précédent.

L'option Tableau des évaluations quant à elle permet de visualiser les évaluations de toutes les actions sur tous les critères sur un seul et même écran. On fait défiler les actions vers la gauche ou vers le haut en tapant sur les flèches (Haut et Gauche). Tapez sur une touche pour faire disparaître ce tableau.

3.2.4 LA COMMANDE Sup

Sup permet de supprimer un fichier de données. Dans un premier temps, vous sélectionnez le fichier à supprimer dans la liste, en déplaçant le curseur à l'aide des flèches de déplacement. Lorsque vous confirmez votre demande, la suppression est effectuée. Vous avez alors la possibilité de supprimer un autre jeu de données.
S'il existent, les fichiers Résultat (d'extension .ELR) et Graphe de même nom (d'extension .ELG) sont également supprimés.

3.2.5 LA COMMANDE Duplic

Cette commande sert à dupliquer des jeux de données. Elle peut donc être très utile lorsque vous désirez ne modifier que quelques valeurs d'un jeu de données, tout en voulant garder l'ancienne version. Il faut, pour ce faire, sélectionner le fichier à copier dans la liste, à l'aide des flèches de déplacement, puis confirmer votre choix, et enfin donner le nom du nouveau fichier à créer. S'il existe, le fichier Résultat est également dupliqué.

Cette option est précieuse pour mener une analyse de robustesse pour laquelle on ne modifie qu'une infime partie des données.

3.2.6 LA COMMANDE Chgt

Chgt permet de modifier le nom d'un jeu de données. La procédure à suivre est simple : il faut sélectionner le fichier à renommer dans la liste proposée, confirmer votre choix, puis donner le nouveau nom. Le changement de nom est alors effectué.

Attention! Ceci n'est pas une duplication (vous ne trouverez plus dans la liste de fichier de données avec l'ancien nom).
S'il existe, le fichier Résultat de même nom change également de nom.

3.2.7 LA COMMANDE Repr

Cette commande permet de reprendre la création d'un fichier de données incomplet. Choisissez le fichier à compléter dans la liste puis confirmez votre demande. La saisie reprendra là où vous l'aviez arrêtée. Reportez vous alors aux explications concernant la commande Créa pour toute information sur la procédure à suivre.

Si le jeu de données est complet, vous ne pourrez pas utiliser cette commande pour modifier le fichier (si vous désirez effectivement modifier ce fichier, il vous faut passer par la commande Modif).

3.2.8 LA COMMANDE Edit

La commande Edit permet d'imprimer totalement ou partiellement un jeu de données. Choisissez pour cela un fichier dans la liste des jeux de données disponibles et confirmez votre demande. Une fois votre fichier choisi, spécifiez le contenu de votre sortie imprimante :

- liste des critères + informations
- liste des actions + informations
- information sur un critère particulier
- information sur une action particulière

Menu Données/Edition

Il suffit pour cela de taper O en face des caractéristiques que vous voulez imprimer, et N en face des autres.

Attention ! Si vous répondez O à la première option, la troisième option ne vous sera pas proposée (elle ne s'affichera pas). Et de même, si vous répondez O à la deuxième option, la dernière option ne vous sera pas proposée.

Si vous vous trouvez dans ce module par erreur, répondez N à toutes les options proposées et à toutes les questions posées, jusqu'à revenir au menu.

3.2.9 LA COMMANDE Info

Si vous sélectionnez cette commande, plusieurs écrans d'informations diverses vont vous être proposés. Ces écrans proposent aussi bien des informations sur les limites du logiciel, que des explications sur les différents modes de fonctionnement et méthodes (ELECTRE III, ELECTRE IV, Matrice de surclassement).
Les fichiers utilisés dans cette option ont l'extension .TXT et ne sont pas nécessaires au déroulement du programme. En cas de nécessité (manque de place), ils peuvent être supprimés.

3.2.10 LA COMMANDE Fin

Cette commande vous permet de retourner au menu principal de ELECTRE, afin de lancer une exécution sur un jeu de données par exemple.

3.3 L'OPTION EXECUTION

Cette option lance l'exécution d'un jeu de données, et crée automatiquement le fichier résultat correspondant. Il faut choisir votre jeu de données dans la liste proposée, à l'aide des flèches de déplacement et confirmer ensuite votre choix. L'exécution est alors lancée. Différentes informations s'affichent alors à l'écran, vous permettant de suivre la progression des calculs. Lorsque l'exécution est terminée, le message 'Exécution effectuée' s'affiche à l'écran et un bip sonore vous avertit. Le fichier contenant les résultats a été créé.

Si vous désirez lancer l'exécution d'un autre jeu de données, répondez O à la question qui vous est posée. Si vous désirez consulter les résultats, répondez N. Vous êtes alors de retour dans le menu principal, et il ne vous reste plus qu'à choisir l'option Résultats.

3.4 L'OPTION RESULTATS

Le choix de l'option Résultats entraîne l'apparition d'un sous-menu. Plusieurs commandes vous sont proposées.

Menu Résultats

3.4.1 LA COMMANDE Consultation

Cette commande est une des plus importantes du logiciel puisque c'est elle qui permet de consulter les résultats obtenus après exécution du jeu de données.

Vous devez tout d'abord choisir dans la liste le fichier de résultats à consulter, et confirmer votre choix. Un menu s'affiche alors à l'écran, plusieurs possibilités s'offrent alors à vous:

Menu Résultats/Consultation : liste des options

-matrice des degrés de crédibilité (cf. page 22) :

Vous pouvez atteindre les parties non affichées à l'écran à l'aide des flèches du curseur.

-distillations descendante et ascendante (cf. page 25) :

On passe d'un écran au suivant (si nécessaire) par la lettre S et au précédent par la lettre P.

-tableau croisé des actions : (cf. page 27)

-classement final (cf page 26) :

Le programme effectue une mise en ordre du préordre obtenu sur les actions de l'ensemble A. L'option "classement final" donne le nom des actions figurant à chaque rang. Cette option seule ne permet pas l'exploitation correcte du préordre obtenu; en particulier, cette option ne permet pas de détecter les incomparabilités. Il est nécessaire, pour cela, d'étudier le tableau croisé des actions ou de générer le graphe.

-classement médian : (cf. page 27).

-informations sur une action.

Vous devez fournir le **numéro** de l'action qui vous intéresse : le programme affiche alors le nom de l'action, son rang dans le classement final, ses prédécesseurs de rang immédiatement inférieur et ses successeurs de rang immédiatement supérieur.

Après avoir consulté les informations sur une action donnée, tapez Return puis le numéro d'une nouvelle action ou à nouveau Return pour revenir au menu.

-retour à la consultation de résultats : vous permet d'aller consulter un autre jeu de résultats ou de revenir au menu de l'option Résultats.

3.4.2 LA COMMANDE Suppression

La commande Suppression permet de supprimer un fichier de résultats. Dans la liste des fichiers de résultats, on sélectionne le fichier à supprimer puis, après confirmation de la demande, la suppression est effectuée. Mais le jeu de données correspondant existe toujours. Tout jeu de graphe de même nom est également supprimé.

3.4.3 LA COMMANDE Edition

Il vous faut lancer cette commande si vous désirez imprimer vos résultats. Dans un premier temps, choisissez le fichier qui vous intéresse, confirmez votre demande, puis sélectionnez les informations à imprimer :

- matrice des degrés de crédibilité.
- distillations descendante et ascendante.
- tableau croisé des actions.
- classement final.
- classement médian.
- informations sur des actions.

Tapez O en face des informations qui vous intéressent, et tapez N en face des autres.

Si vous êtes dans ce module par erreur, ou si vous vous apercevez que votre imprimante ne marche pas, répondez N à toutes les options proposées et à toutes les questions posées.

3.4.4 LA COMMANDE Graphe

Cette commande permet de visualiser le préordre partiel obtenu pour un jeu de données en le présentant sous la forme d'un graphe. Mais la consultation du graphe correspondant à un jeu de résultats nécessite avant tout la création de ce graphe. Si cette création n'a pas déjà été effectuée, choisissez donc l'option Génération dans le menu qui vous est proposé.

-**génération** : sélectionnez le fichier de résultats pour lequel vous voulez construire un graphe et confirmez votre demande.

Vous devez fournir un nom pour le graphe à construire : le logiciel propose le même nom que le jeu de données (tout en vous signalant s'il existe déjà un graphe de ce nom). Pour accepter, il suffit de taper Return, sinon, vous devez fournir un autre nom.

Attention : Le logiciel génère des graphes comportant au maximum 50 actions. Si votre jeu de données est plus important, vous devrez générer plusieurs graphes **de noms différents** en précisant pour chacun le premier rang à considérer. Par exemple, un fichier DATA.ELD comportant 120 actions (le préordre ayant fait apparaître, par exemple 65 rangs) pourrait donner naissance à 3 graphes : DATA1 du rang 1 au rang 28, DATA2 du rang 27 au rang 41 et DATA 3 du rang 40 au rang 65. Après impression, vous pourrez consulter le graphe entier.

La génération est alors lancée. Lorsque cette génération est terminée, un fichier ayant pour extension .ELG est créé. Vous pouvez alors aller consulter le graphe.

Un seul jeu de données peut donc être associé à un unique jeu de résultats et plusieurs graphes.

Suppression : le logiciel ne supprime que les graphes possédant le même nom que le jeu de données (à l'occasion de l'option suppression dans le menu DONNEES ou le menu RESULTATS). Il peut s'avérer nécessaire de supprimer les fichiers graphes devenus caducs : sous le prompt DOS, tapez del suivi du nom complet du fichier (avec son extension .ELG).

-consultation : choisissez dans la liste le fichier qui vous intéresse et confirmez ce choix. Une partie du graphe s'affiche à l'écran. L'action la plus haut sur l'écran représente l'action la mieux classée. Pour visualiser la suite du graphe, il vous faut utiliser les flèches de déplacement. Plusieurs actions dans une même "boîte" sont équivalentes. Deux actions non reliées sont incomparables. Lorsque vous avez terminé la consultation du graphe, tapez sur n'importe quelle touche autre que les flèches de déplacement.

L'affichage écran par écran (et en mode texte) ne permet pas une vision totale du graphe : il est alors utile d'imprimer le ou les graphes considérés et de les consulter sur papier.

-édition : cette commande permet de lancer l'impression d'un graphe qu'on a sélectionné dans la liste proposée.

- **information** : grâce à cette commande, vous avez à votre disposition quelques informations concernant les graphes.

Rappelons qu'un graphe peut représenter au maximum 50 actions, et un jeu de données peut contenir jusqu'à 150 actions. On peut tout de même reconstituer tout le graphe d'un jeu de données important par la superposition de plusieurs graphes pris à des rangs différents. Il faut donc préciser judicieusement le premier rang à prendre en compte pour chaque graphe, afin que les graphes se recoupent suffisamment pour ne pas perdre d'information.

3.4.5 LA COMMANDE Information

Cette commande lance l'affichage d'écrans d'information concernant la création du fichier de résultats et son contenu.

3.4.6 LA COMMANDE Fin

Elle permet de retourner au menu principal.

3.5 L'OPTION SYSTEME

Menu/Système

Cette option vous permet de modifier certains paramètres permanents du système, contenus dans le fichier ELECTRE.PAR. Répondez tout d'abord O à la question 'Désirez-vous changer ces valeurs ?', puis :

- **Drive** : indiquez la lettre du drive sur lequel sont présents vos fichiers de données. Par défaut ELECTRE va chercher vos fichiers de données sur le drive du logiciel.
- **Nombre de caractères de l'imprimante** : rentrez le nombre de caractères par ligne de votre imprimante. La valeur par défaut est de 80 caractères.
- **Coefficients de la fonction seuil** : pour des cas très spécifiques, vous avez même la possibilité de modifier les valeurs des coefficients pour la fonction-seuil permettant de définir le niveau de coupe [cf.page 26].

Si vous ne validez pas les nouvelles valeurs que vous venez de saisir, le système garde en mémoire les anciennes valeurs.

3.6 L'OPTION INFO.

En choisissant cette option, trois sortes d'informations vous sont proposées. Vous pouvez avoir accès à une brève explication des méthodes ELECTRE III et IV (Résumé), à une description globale des fonctionnalités du logiciel (Fonctions), ou enfin à la bibliographie sur ELECTRE III et IV, si vous désirez en savoir plus sur ces méthodes.

3.7 L'OPTION FIN

Cette option vous permet de sortir du logiciel et de retourner aux commandes du DOS.

Chapitre 4
JEUX D'ESSAI

Nous allons maintenant nous appuyer sur un exemple pour illustrer les algorithmes décrits dans le second chapitre, et pour nous familiariser avec les fonctionnalités offertes par le logiciel et décrites dans le troisième chapitre. Ainsi, ce quatrième chapitre vous indique la marche à suivre lorsque vous venez de saisir votre jeu de données. L'exemple détaillé ici figure sur la disquette du logiciel sous le nom AUTOS1 pour ELECTRE III et AUTOS2 pour ELECTRE IV. L'exemple choisi comporte 8 actions (voitures) évaluées sur 4 critères : la consommation à 120 km/h, le prix, la vitesse maximale, l'espace intérieur. Nous avons donc le jeu de données suivant :

	C-120	Prix	V-Max	Espace
1 VW GOLF C	7.8	41360	140	6.13
2 R 9 GTL	7.5	45700	150	6.70
3 GSA X1	8.2	46450	160	6.63
4 P 305 GR	8.4	48200	153	6.91
5 TALBOT HOR. GLS	8.5	48800	164	6.65
6 AUDI 80 CL	7.0	50830	148	7.36
7 R 18 GTL	8.1	51700	155	7.40
8 ALFA SUD TI-NR	7.8	52500	170	6.19

Et les caractéristiques de chaque critère sont les suivantes :

4.1 CALCUL DE LA MATRICE DE SURCLASSEMENT

4.1.1 par la méthode ELECTRE III (mode I) (correspond au fichier AUTOS1 sur la disquette du logiciel)

4.1.1.1 Calcul des indices de concordance

Calculons $c_3(2,4)$ et $c_3(2,5)$.
Rappelons que $c_3(2,4)$ exprime dans quelle mesure, sur le critère 3, l'action 2 est au moins aussi bonne que l'action 4.

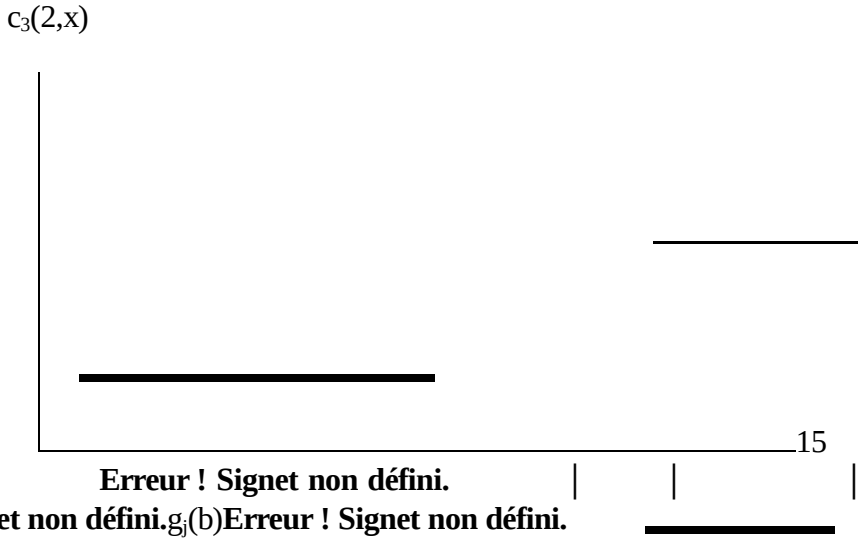
On a :

		V-MAX
Action n°2	R 9 GTL	150
Action n°4	P 305 GR	153
Action n°5	TALBOT	164

11

Et on calcule :

$q_3(150) = 5 + 0$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $150 = 5$
$p_3(150) = 0 + 0.10$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $150 = 15$
$g_3(2) + q_3[g_3(2)] = 150 + 5 = 155$
$g_3(2) + p_3[g_3(2)] = 150 + 15 = 165$



Erreur ! Signet non défini. **Erreur ! Signet non défini.**$g_j(b)$**Erreur ! Signet non défini.** **Erreur ! Signet non défini.**1 **Erreur ! Signet non défini.** **Erreur ! Signet non défini.** 150 155 165
$g_3(2)$ $g_3(2)+q_3[g_3(2)]$ $g_3(2)+p_3[g_3(2)]$
Erreur ! Signet non défini. Préférence **Erreur ! Signet non défini.**>**Erreur ! Signet non défini.**

D'où :

$c_3(2,4) = 1$

et $c_3(2,5)$ est obtenu par interpolation linéaire,

$$c_3(2,5) = \frac{p_3[g_3(2)] - [g_3(5) - g_3(2)]}{p_3[g_3(2)] - q_3[g_3(2)]} = \frac{15 - (164 - 150)}{15 - 5} = 0.10$$

De cette façon, on obtient un indice de concordance $c_j(a,b)$ relatif au critère j pour toute paire d'actions (a,b). Ce qui donne les matrices de concordance par critère suivantes :

C-120	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	.21	1	1
2	1	1	1	1	1	.93	1	1
3	1	.54	1	1	1	0	1	1
4	.81	.1	1	1	1	0	1	.81
5	.59	0	1	1	1	0	1	.59
6	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	.77	1	1	1	0	1	1
8	1	1	1	1	1	.21	1	1

PRIX	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	.2	1	1	1	1	1	1	1
3	.01	1	1	1	1	1	1	1
4	0	.72	.92	1	1	1	1	1
5	0	.58	.77	1	1	1	1	1
6	0	.10	.28	.72	.87	1	1	1
7	0	0	.09	.51	.66	1	1	1
8	0	0	0	.33	.48	.96	1	1

V-MAX	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	.44	0	.11	0	.67	0	0
2	1	1	.50	1	.10	1	1	0
3	1	1	1	1	1	1	1	.55
4	1	1	.81	1	.42	1	1	0
5	1	1	1	1	1	1	1	.91
6	1	1	.29	1	0	1	.08	0
7	1	1	1	1	.62	1	1	.05
8	1	1	1	1	1	1	1	1

15

ESPACE	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	.31	.51	0	.45	0	0	1
2	1	1	1	1	1	.22	.11	1
3	1	1	1	1	1	.02	0	1
4	1	1	1	1	1	.79	.69	1
5	1	1	1	1	1	.07	0	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	.49	.68	0	.63	0	0	1

16

4.1.1.2 Agrégation des préférences partielles en une relation binaire floue unique

Calculons par exemple C(1,2) :

$$C(1,2) = \frac{\sum k_j \, x \, c_j(a,b)}{\sum k_j} = \frac{(3 x 1) + (3 x 1) + (2 x 0.44) + (2 x 0.31)}{3 + 3 + 2 + 2} = 0.75$$

On obtient ainsi la matrice de concordance suivante :

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	*1*	*.75*	*.70*	*.62*	*.69*	*.49*	*.60*
2	*.76*	*1*	*.90*	*1*	*.82*	*.82*	*.82*
3	*.70*	*.86*	*1*	*1*	*1*	*.50*	*.80*
4	*.64*	*.65*	*.94*	*1*	*.88*	*.66*	*.94*
5	*.58*	*.57*	*.93*	*1*	*1*	*.51*	*.80*
6	*.70*	*.73*	*.64*	*.92*	*.76*	*1*	*.96*
7	*.70*	*.63*	*.73*	*.85*	*.82*	*.70*	*1*
8	*.70*	*.60*	*.64*	*.60*	*.77*	*.55*	*.80*

4.1.1.3 Calcul des indices de discordance

Calculons $D_3(1,8)$, $D_3(1,6)$ et $D_3(1,3)$. On a :

		V-MAX
Action n°1	VW GOLFC	140
Action n°3	GSA X1	160
Action n°6	AUDI 80 CL	148
Action n°8	ALFA-SUD	170

19

$p_3[g_3(1)]$ = 0 + 0.1 **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** 140 = 14

$v_3[g_3(1)]$ = 10 + 0.1 **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** 140 = 24

Erreur ! Signet non défini. | | | **Erreur ! Signet non défini.**$g_j(b)$**Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini.1 **Erreur ! Signet non défini.**

Erreur ! Signet non défini. 140 154 164

$g_3(1)$ $g_3(1)+p_3[g_3(1)]$ $g_3(1)+v_3[g_3(1)]$

Erreur ! Signet non défini. Préférence **Erreur ! Signet non défini.Erreur ! Signet non défini.**>**Erreur ! Signet non défini.**

Ce qui donne :

$D_3(1,8) = 1$ car $g_3(8) - g_3(1) \geq v_3[g_3(1)]$
$D_3(1,6) = 0$ car $g_3(6) - g_3(1) \leq p_3[g_3(1)]$
$D_3(1,3)$ est obtenu par interpolation linéaire :

$$D_3(1,3) = \frac{g_3(3) - g_3(1) - p_3[g_3(1)]}{v_3(g_3(1) - p_3[g_3(1)]} = \frac{160 - 140 - 14}{24 - 14} = 0.6$$

De cette façon on obtient un indice de discordance $D_j(a,b)$ relatif au critère j pour toute paire d'actions (a,b). Ce qui donne, par critère, les matrices de discordance suivantes :

C-120	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	.55	0	0
4	0	0	0	0	0	.88	0	0
5	0	.10	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	.38	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

PRIX	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	.57	0	0	0	0	0	0	0
5	.76	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0	0
7	1	.14	0	0	0	0	0	0
8	1	.38	.13	0	0	0	0	0

V-MAX	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	.60	0	1	0	.10	1
2	0	0	0	0	0	0	0	.50
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	.17
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	.12	0	0	.72
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

ESPACE	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	.22	0	1	1	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	.07	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	.03	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	.07	0	1	1	0

4.1.1.4 La relation de surclassement floue

Rappelons les formules permettant de calculer le degré de crédibilité d(a,b) :

- si $\bar{F}$ 25 (a,b) = {j ∈ F / D_j(a,b) > C(a,b)} = ∅, alors d(a,b) = C(a,b)

- si $\bar{F}$ 26 (a,b) ≠ ∅, alors :

$$d(a,b) = C(a,b) \times \prod_{j \in \bar{F}(a,b)} \frac{1 - D_j(a,b)}{1 - C(a,b)}$$

A partir de la matrice de concordance globale et des matrices de discordance par critère, calculons par exemple d(5,6), d(4,6) et d(1,2) :

$$d(5,6) = C(5,6) \times \frac{1 - D_1(5,6)}{1 - C(5,6)} = 0.51 \times \frac{1-1}{1-0.51} = 0 \quad \text{car } \bar{F}(5,6) = \{1\}$$

$$d(4,6) = C(4,6) \times \frac{1 - D_1(4,6)}{1 - C(4,6)} = 0.66 \times \frac{1 - 0.88}{1 - 0.66} = 0.22 \quad \text{car } \bar{F}(4,6) = \{1\}$$

$$d(1,2) = C(1,2) = 0.75 \quad \text{car } \bar{F}(1,2) = \varnothing$$

On obtient ainsi la matrice des degrés de crédibilité (matrice de surclassement) suivante :

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	*1*	*.75*	*.70*	*.62*	*0*	*0*	*0*
2	*.76*	*1*	*.90*	*1*	*.82*	*.82*	*.82*
3	*.70*	*.86*	*1*	*1*	*1*	*.46*	*.80*
4	*.64*	*.65*	*.94*	*1*	*.88*	*.22*	*.94*
5	*.33*	*.57*	*.93*	*1*	*1*	*0*	*.80*
6	*0*	*.73*	*.64*	*.92*	*.76*	*1*	*.96*
7	*0*	*.63*	*.73*	*.85*	*.82*	*.70*	*1*
8	*0*	*.60*	*.64*	*.60*	*.77*	*0*	*0*

4.1.2 par la méthode ELECTRE IV (correspond au fichier AUTOS2 sur la disquette du logiciel)

Prenons le même jeu de données (à l'exception des poids) que dans le paragraphe précédent.

Calculons d(3,4) et d(4,3). On a :

		C-120	PRIX	V-MAX	ESPACE
Action n°3	GSA X1	8.2	46450	160	6.63
Action n°4	P 305 GR	8.4	48200	153	6.91

Pour le critère C-120,

on a $g_1(4) - q_1[g_1(4)] \leq g_1(3) \leq g_1(4)$:

3 est indifférent à 4 bien que sa performance soit meilleure.

On a donc la relation **3 I 4** sur le critère C-120.

Pour le critère PRIX,

on a $g_2(3) + q_2[g_2(3)] < g_2(4) \leq g_2(3) + p_2[g_2(3)]$,

d'où la relation **3 Q 4** sur le critère PRIX.

Pour le critère V-MAX,

on a $g_3(4) + q_3[g_3(4)] < g_3(3) \leq g_3(3) + p_3[g_3(3)]$,
d'où la relation **3 Q 4** sur le critère V-MAX.

Pour le critère ESPACE,

on a $g_4(4) - q_4[g_4(4)] < g_4(3) \leq g_4(4)$.
4 est indifférent à 3 bien que sa performance soit meilleure,
d'où la relation **4 I 3** sur le critère ESPACE.

On obtient ainsi : - $m_i(3,4) = 1$ - $m_q(3,4) = 2$ - $m_p(3,4) = 0$
- $m_i(4,3) = 1$ - $m_q(4,3) = 0$ - $m_p(4,3) = 0$

Donc, on a d'une part :

3 S_q 4 : en effet, on a $m_p(4,3) + m_q(4,3) = 0$ et
$m_i(4,3) \leq 1 + m_i(3,4) + m_q(3,4) + m_p(3,4)$

D'autre part :

4 S_v 3 : en effet, on a NON 3 PV_j 4 $\forall j$ et
Card ({ j ε F / 3 P_j 4 }) = 0

et le couple (4,3) ne vérifie aucune des 3 autres relations. On a, en effet,

NON 4 S_q 3 $carm_q(3,4) = 2$

NON 4 S_c 3 $carm_q(3,4) = 2$ et $m_p(4,3) = 0$
donc $m_q(3,4) > m_p(4,3)$

NON 4 S_p 3 $carm_q(4,3) + m_p(4,3) = 0$
donc $m_q(3,4) > m_q(4,3) + m_p(4,3)$

D'où : $d(3,4) = 1$ et $d(4,3) = 0.35$

En procédant ainsi pour toutes les paires d'actions, on obtient la matrice des degrés de crédibilité qui synthétise l'ensemble des relations de surclassement. Pour l'exemple de référence, on obtient la matrice suivante :

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	.35	0	0	0	0	0	0
2	.60	1	.60	1	.80	.35	.80	0
3	.80	.60	1	1	1	0	0	.80
4	0	.35	.35	1	.35	0	.60	0
5	0	0	.35	.60	1	0	0	.60
6	0	.60	.60	.80	0	1	.80	0
7	0	0	.80	.60	.35	0	1	.80
8	0	0	0	0	.60	0	0	1

4.2 ALGORITHME DE CLASSEMENT

Reprenons la matrice des degrés de crédibilité obtenue après avoir appliqué ELECTRE III aux données de l'exemple de référence (fichier AUTOS1).

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
1	*1*	*.75*	*.70*	*.62*	*0*	*0*	*0*	*0*
2	*.76*	*1*	*.90*	*1*	*.82*	*.82*	*.82*	*0*
3	*.70*	*.86*	*1*	*1*	*1*	*.46*	*.80*	*0*
4	*.64*	*.65*	*.94*	*1*	*.88*	*.22*	*.94*	*0*
5	*.33*	*.57*	*.93*	*1*	*1*	*0*	*.80*	*0*
6	*0*	*.73*	*.64*	*.92*	*.76*	*1*	*.96*	*0*
7	*0*	*.63*	*.73*	*.85*	*.82*	*.70*	*1*	*0*
8	*0*	*.60*	*.64*	*.60*	*.77*	*0*	*0*	*1*

Le déroulement de l'algorithme de classement sur l'exemple est décrit dans l'Annexe 3 (page 71).

4.3 RESULTATS

On a donc obtenu :

Distillation descendante

POSITION	ACTION	NOM
1	6	AUDI 80 CL
3	3	GSA X1
3	2	R9 GTL
4	7	R18 GTL
5	5	TALBOT HORIZON GLS
8	4	P305 GR
8	1	VW GOLF C
8	8	ALFA-SUD TI-NR

Distillation ascendante

POSITION	ACTION	NOM
1	1	VW GOLF C
1	2	R9 GTL
1	3	GSA X1
1	6	AUDI 80 CL
5	5	TALBOT HORIZON GLS
6	7	R18 GTL
7	8	ALFA-SUD TI-NR
8	4	P305 GR

Le tableau croisé des actions se présente ainsi :

	6	3	2	1	5	7	8	4
6	0	+	+	+	+	+	+	+
3	-	0	0	+	+	+	+	+
2	-	0	0	+	+	+	+	+
1	-	-	-	0	*	*	+	+ 35
5	-	-	-	*	0	*	+	+
7	-	-	-	*	*	0	+	+
8	-	-	-	-	-	-	0	+
4	-	-	-	-	-	-	-	0

A l'intersection de la ligne correspondant à l'action a et de la colonne relative à l'action b, on aura :

+si a est mieux classée que b dans l'un des préordres et au moins aussi bien classée dans l'autre préordre,

0si a et b ont le même classement dans les deux préordres,

Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.si a est mieux classée que b dans l'un des préordres et si on a l'inverse dans l'autre préordre,

-si a est moins bien classée que b dans l'un des deux préordres et au plus aussi bien classée que b dans l'autre.

L'option "Classement final" dans le menu RESULTATS/CONSULTATION donne les actions de chaque rang :

Classement final de AUTOS1

Rappelons que cette option ne fait pas apparaître les incomparabilités et ne permet donc, qu'une vue très incomplète du préordre obtenu sur l'ensemble des actions. Il est nécessaire d'étudier le tableau croisé des actions ou le graphe.

4.4 GRAPHE

Le préordre partiel obtenu sur les actions de l'ensemble de référence est modélisé par le graphe suivant :

ANNEXE 1 : SEUILS DIRECTS ET SEUILS INVERSES

Le calcul des seuils peut se faire dans quatre contextes différents :

-Cas 1 :Les préférences vont croissant avec les évaluations ; les seuils sont directs;
-Cas 2 :Les préférences vont décroissant avec les évaluations ; les seuils sont directs ;
-Cas 3 :Les préférences vont croissant avec les évaluations ; les seuils sont inverses ;
-Cas 4 :Les préférences vont décroissant avec les évaluations ; les seuils sont inverses.

Pour le cas 3 et le cas 4, les seuils sont inverses. Le programme transforme automatiquement les seuils inverses en seuils directs. Cela permet, du point de vue informatique, de recourir au même algorithme de comparaison des actions par paires quel que soit le type de seuil. Ainsi, le Cas 3 se ramène au Cas 1 et le Cas 4 au Cas 2. Dans ce qui suit, on notera :

-q, p et v les seuils d'indifférence, de préférence stricte et de veto calculés de façon directe ;

-q′, p′ et v′ les seuils d'indifférence, de préférence stricte et de veto calculés de façon inverse ;

-α_q**Erreur ! Signet non défini.**′, β_q**Erreur ! Signet non défini.**′ ; α_p**Erreur ! Signet non défini.**′, β_p**Erreur ! Signet non défini.**′ et α_v**Erreur ! Signet non défini.**′, β_v**Erreur ! Signet non défini.**′ les coefficients de la fonction affine utilisée pour calculer q′, p′ et v′.

-α_q, β_q ; α_p, β_p et α_v, β_v les coefficients de la fonction affine employée pour calculer q, p et v.

Etude des transformations des coefficients des seuils inverses dans le but d'obtenir des seuils directs.

Pour obtenir l'expression des coefficients associés aux seuils directs en fonction des coefficients avec seuils inverses, nous utiliserons le seuil de préférence stricte. La démonstration repose sur le principe de préservation des situations préférentielles lors de la transformation des seuils inverses en seuils directs ; elle reste valable si on emploie le seuil d'indifférence ou de veto.

- Pour le cas 3

Considérons deux actions a et b telles que b Q a avec

$$g_j(b) - g_j(a) = p_j[g_j(a)] = b_p + a_p * g_j(a) \quad (1)\ 36$$

Il faut alors que :

$$g_j(b) - g_j(a) = p_{j'}[g_j(b)] = b_{p'} + a_{p'} * g_j(b) \quad (2)\ 37$$

d'où

$p_j[g_j(a)] = p_j$**Erreur ! Signet non défini.**$'[g_j(b)]$

ou encore :

$$b_p + a_p * g_j(a) = b_{p'} + a_{p'} * g_j(b) \quad (3)\,38$$

Par ailleurs : (1) **Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.=Erreur ! Signet non défini.>Erreur ! Signet non défini.** $g_j(b) = g_j(a) + p_j[g_j(a)]$

Donc (3) devient :

$\beta_p + \alpha_p$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a) = \beta_p$**Erreur ! Signet non défini.**$' + \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$'$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $[g_j(a) + p_j[g_j(a)]]$

$= \beta_p$**Erreur ! Signet non défini.**$' + \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$'$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a) + \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$'$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $\beta_p + \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$'$ α_p **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a)$

d'où

$\beta_p(1 - \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$') + \alpha_p(1 - \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$')$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a) = \beta_p$**Erreur ! Signet non défini.**$' + \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$'$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a)$

Cette égalité doit être vérifiée quel que soit $g_j(a)$, donc :

$$b_p(1 - a_{p'}) = b_{p'} - b_p = \frac{b_{p'}}{1 - a_{p'}} \quad 39$$

et

$$a_p(1 - a_{p'}) = a_{p'} - a_p = \frac{a_{p'}}{1 - a_{p'}} \quad 40$$

De la même façon, on obtient, pour les coefficients du seuil d'indifférence et du seuil de veto :

$$b_q = \frac{b_{q'}}{1 - a_{q'}} \; ; \; a_q = \frac{a_{q'}}{1 - a_{q'}} \quad 41$$

et

$$b_v = \frac{b_{v'}}{1 - a_{v'}} \; ; \; a_v = \frac{a_{v'}}{1 - a_{v'}} \quad 42$$

- Pour le Cas 4

Comme pour le Cas 3, considérons deux actions a et b telles que b Q a avec :

$g_j(a) - g_j(b) = p_j$**Erreur ! Signet non défini.**$'[g_j(b)] = \beta_p$**Erreur ! Signet non défini.**$' + \alpha_p$**Erreur ! Signet non défini.**$'$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $g_j(b)$

Il faut alors que :

$g_j(a) - g_j(b) = p_j[g_j(a)] = \beta_p + \alpha_p$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $g_j(a)$

On démontre aisément que :

$$a_p = \frac{a_{p'}}{1 + a_{p'}} \; ; \; b_p = \frac{b_{p'}}{1 + a_{p'}} \quad 43$$

De la même façon, on obtient, pour les coefficients du seuil d'indifférence et du seuil de veto :

$$a_q = \frac{a_{q'}}{1 + a_{q'}} \; ; \; b_q = \frac{b_{q'}}{1 + a_{q'}} \quad 44$$

et

$$a_v = \frac{a_{v'}}{1 + a_{v'}} \; ; \; b_v = \frac{b_{v'}}{1 + a_{v'}} \quad 45$$

ANNEXE 2 : ALGORITHME DE CLASSEMENT

Pour construire les deux préordres, on procède de la façon suivante :

On fixe un niveau de coupe $\lambda_1 \in [0,1[$. On ne retient de la relation de surclassement floue que les arcs (a,b) pour lesquels $d(a,b) > \lambda_1$. On obtient une relation de surclassement nette $S_A^{l_1}$ définie par :

a $S_A^{l_1}$ b ssi $d(a,b) > \lambda_1$ et $d(a,b) > d(b,a) + s[d(a,b)]$

autrement dit, l'assertion "a surclasse b" ne sera prise en compte que si elle est significativement plus crédible que l'assertion "b surclasse a".

A partir de cette relation de surclassement, on calcule, pour toute action a :

- la λ_1-puissance de l'action : $p_A^{l_1}(a)$

  $p_A^{l_1}(a) = |\{b \in A / a\ S_A^{l_1}\ b\}|$
- la λ_1-faiblesse de l'action a : $f_A^{l_1}(a)$

  $f_A^{l_1}(a) = |\{b \in A / b\ S_A^{l_1}\ a\}|$
- la λ_1-qualification de l'action a par rapport à l'ensemble A : $q_A^{l_1}$

  $q_A^{l_1} = p_A^{l_1}(a) - f_A^{l_1}(a)$

Cet indicateur exprime de façon claire les positions relatives des actions de l'ensemble A.

Donc, pour un premier niveau λ_1 fixé, on obtient :

- l'ensemble $\overline{D}_1$ des meilleures actions de A

  $\overline{D}_1 = \{a \in A / q_A^{l_1}(a) = q_A = \underset{x \in A}{\text{Max}}\ q_A^{l_1}(x)\}$

qui est le sous-ensemble des actions de A qui ont une qualification maximum;

- l'ensemble $\underline{D}_1$ des plus mauvaises actions de A

  $\underline{D}_1 = \{a \in A / q_A^{l_1}(a) = \underline{q}_A = \underset{x \in A}{\text{Min}}\ q_A^{l_1}(x)\}$

qui est le sous-ensemble des actions de A qui ont une qualification minimum.

On continue ainsi le processus en ne retenant que les actions appartenant à $\overline{D}_1$ (distillation descendante) ou que les actions appartenant à $\underline{D}_1$ (distillation ascendante) pour tenter de les départager à nouveau sur la base d'une seconde relation de surclassement nette d'un niveau $\lambda_2 < \lambda_1$.

En itérant ce processus, à l'étape k, on obtient :

- soit $|\overline{D}_k|$ 65 = 1 ou $|\underline{D}_k|$ = 1 : on a sélectionné une seule action;
- soit λ_k = 0 : sur la base des informations disponibles, il n'est pas possible de départager les actions restant dans $\overline{D}_k$ 66 (distillation descendante) ou dans $\underline{D}_k$ (distillation ascendante).

Donc, à l'issue de k étapes d'une première distillation, on a sélectionné un premier sous-ensemble de A : $\overline{D}_k$ 67 (resp. $\underline{D}_k$) qui constituera la première classe (resp. la dernière) d'un des deux préordres finaux. On notera $\overline{C}_1$ 68 = $\overline{D}_k$ 69 la première classe de la sélection descendante, $\underline{C}_1 = \underline{D}_k$ la dernière classe de la sélection ascendante. On notera $A_1 = A \setminus \overline{C}_1$ 70 ou $A_1 = A \setminus \underline{C}_1$ le sous-ensemble des actions de A restant à classer après une première distillation.

On applique l'ensemble des opérations qui viennent d'être décrites à A_1 pour obtenir $\overline{C}_2$ 71, seconde classe de la distillation descendante ou $\underline{C}_2$, avant-dernière classe de la distillation ascendante.

Sur $A_2 = A_1 \setminus \overline{C}_2$ 72 ou $A_2 = A_1 \setminus \underline{C}_2$, on applique à nouveau la procédure de distillation pour obtenir $\overline{C}_3$ 73 ou $\underline{C}_3$ et A_3. On procède ainsi tant qu'il reste des actions à classer.

Remarques :

-Au cours d'une même distillation, lorsqu'on passe de l'étape k à l'étape k+1, le niveau de coupe λ_k est remplacé par $\lambda_{k+1} < \lambda_k$ pour la transformation suivante : soit D_k l'ensemble des actions restant à départager; on a :

$$l_{k+1} = \max_{\{d(a,b) < l_k - s(l_k)\}} d(a,b) \quad 74$$
$$a,b \in D_k$$

où $s(\lambda_k) = \beta + \alpha$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** λ_k. L'utilisateur peut fixer la valeur des coefficients β et α avant l'exécution du programme; cependant, des valeurs standards lui sont proposées (β = 0.30 et α = -0.15).

-En mode ELECTRE IV, les coefficients β et α sont fixés par programme (β = 0.30 et α = -0.15) afin d'être cohérents avec les valeurs associées aux relations de dominance (valeurs 1 ; 0.80 ; 0.60 et 0.35 pour les relations S_q, S_p, S_c et S_v [cf page 24]).

Ainsi, à la première étape du classement, seule la dominance la plus forte sera prise en compte. A la deuxième étape, les deux dominances les plus fortes interviendront, etc.

L'algorithme de classement peut se décrire ainsi : soit A l'ensemble des actions à classer :

1)On fixe n = 0. On pose $\overline{A}_0$ 75 = A ou $\underline{A}_0$ = A.

2)On fixe $\lambda_0 = \max_{a,b \in A_n, a_b} d(a,b)$ 76 ou $\lambda_0 = \max_{a,b \in \underline{A}_n, a_b} d(a,b)$ 77

3)On pose k = 0, $D_0 = \overline{A}_n$ 78 ou $D_0 = \underline{A}_n$.

4)Parmi tous les arcs de la relation de surclassement floue dont la crédibilité est inférieure à λ_k - s(λ_k), on choisit celui qui est de valeur maximum et on pose :

$$l_{k+1} = \underset{\{d(a,b)<l_k\text{-}s(l_k)\}}{\underset{a,b\in D_k}{\text{Max}}} d(a,b)\ 79$$

5)On calcule les λ_{k+1}-qualifications de toutes les actions de D_k.

6)On obtient les λ_{k+1}-qualifications maximum ou minimum :q_{D_k} ou $\underline{q}_{D_k}$.

7)On obtient l'ensemble :

$\overline{D}_{k+1} = \{a \in D_k / q_{D_k}^{l_{k+1}}(a) = \overline{q}_{D_k}\}$ 80

ou

$\underline{D}_{k+1} = \{a \in D_k / q_{D_k}$ **Erreur ! Signet non défini.**$_{\lambda_{k+1}}(a) = \underline{q}_{D_k}\}$

8)Si $|\overline{D}_{k+1}|$ 81 = 1 ou $|\underline{D}_{k+1}| = 1$ ou $\lambda_{k+1} = 0$, alors aller en 9.

Sinon, faire k = k + 1 et poser $D_k = \overline{D}_k$ 82 ou $D_k = \underline{D}_k$ et aller en 4.

9) $\overline{C}_{n+1}$ 83 = $\overline{D}_{k+1}$ 84 est la classe d'action(s) retenue(s) lors de la $(n+1)^{ième}$ distillation descendante.

$\underline{C}_{n+1} = \underline{D}_{k+1}$ est la classe d'action(s) retenue(s) lors de la $n+1^{ème}$ distillation ascendante.

Faire $\overline{A}_{n+1}$ 85 = $\overline{A}_n$ 86 \ $\overline{C}_{n+1}$ 87 ou $\underline{A}_{n+1} = \underline{A}_n \setminus \underline{C}_{n+1}$.

Si $\overline{A}_{n+1}$ 88 $\neq \varnothing$ ou $\underline{A}_{n+1} \neq \varnothing$, faire n = n + 1 et aller en 2.

Sinon, FIN de la distillation.

ANNEXE 3 : ALGORITHME DE CLASSEMENT APPLIQUE A L'EXEMPLE DE REFERENCE

Examinons le déroulement de la distillation descendante appliquée à la matrice de surclassement obtenue par ELECTRE III sur l'exemple de référence décrit page 49.

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	.75	.70	.62	0	0	0
2	.76	1	.90	1	.82	.82	.82
3	.70	.86	1	1	1	.46	.80
4	.64	.65	.94	1	.88	.22	.94
5	.33	.57	.93	1	1	0	.80
6	0	.73	.64	.92	.76	1	.96
7	0	.63	.73	.85	.82	.70	1
8	0	.60	.64	.60	.77	0	0

On pose $\overline{A}_0 90$ = A = {1,2,3,4,5,6,7,8} ; s(λ) = β + α **Erreur ! Signet non défini.*****Erreur ! Signet non défini.** λ = 0.30 - 0.15 **Erreur ! Signet non défini.*****Erreur ! Signet non défini.** λ

Distillation 1

Etape 1

On pose k = 0 et $D_0 = \overline{A}\,91$; on a $l_0 = \max_{a,b\in D_0, a_b} d(a,b) = 192$

On a $l_1 = \max_{d(a,b)<l_0\text{-}s(l_0),\ a,b\in D_0} d(a,b) = 0.82\ 93$

En effet, λ_0 - s(λ_0) = 1 - (0.30 - 0.15**Erreur ! Signet non défini.*****Erreur ! Signet non défini.**λ_0) = 1 - 0.30 + 0.15 = 0.85 et 0.82 est bien le plus fort degré de crédibilité qui soit inférieur à 0.85.

Au cours de la première étape de la première distillation, on aura donc a $S_{D_0}^{l_1} 94$ b si et seulement si :

d(a,b) > λ_1 = 0.82

et d(a,b) > d(b,a) + s[d(a,b)] = d(b,a) + [0.30 - 0.15 **Erreur ! Signet non défini.*****Erreur ! Signet non défini.** d(a,b)]

On obtient la matrice de surclassement suivante :

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

95

donc, pour chaque action :

ACTION	λ_1-puissance	λ_1-faiblesse	λ_1-qualification
1	0	0	0
2	1	0	1
3	1	0	1
4	0	2	-2
5	0	0	0
6	2	0	2
7	0	1	-1
8	0	1	-1

La qualification maximum est 2. Comme une seule action a cette qualification, la première distillation s'arrête là. On a :

$\overline{C}\,96 = \{6\}$; $\overline{A_1}\,97 = \overline{A_0}\,98 \setminus \overline{C_1}\,99 = \{1,2,3,4,5,7,8\}$

Distillation 2

La matrice de surclassement floue est devenue :

	1	2	3	4	5	7	
1	1	.75	.70	.62	0	0	
2	.76	1	.90	1	.82	.82	.8
3	.70	.86	1	1	1	.80	.9
4	.64	.65	.94	1	.88	.94	.7
5	.33	.57	.93	1	1	.80	.8
7	0	.63	.73	.85	.82	1	.8
8	0	.60	.64	.60	.77	0	

Etape 1

On pose k = 0 et $\overline{D}_0$ 101 = $\overline{A}_1$ 102 = {1,2,3,4,5,7,8}

On a : $l_0 = \underset{a,b\in D_0, a_b}{\text{Max}} d(a,b) = 1$ 103

$l_1 = \underset{d(a,b)<l_0\text{-}s(l_0)}{\underset{a,b\in D_0}{\text{Max}}} d(a,b) = 0.82$ 104

La relation a $S_{D_0}^{l_1}$ 105 b sera vérifiée si et seulement si :

d(a,b) > λ_1 = 0.82

et d(a,b) > d(b,a) + [0.30 - 0.15 **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** d(a,b)]

On obtient la matrice de surclassement suivante :

	1	2	3	4	5	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0

106

donc, pour chaque action :

ACTION	λ_1-puissance	λ_1-faiblesse	λ_1-qualification
1	0	0	0
2	1	0	1
3	1	0	1
4	0	1	-1
5	0	0	0
7	0	0	0
8	0	1	-1

On a $\overline{q}_{D_0}$ 107 = 1 (qualification maximum) et

$\overline{D_1}$ 108 = {a ∈ D_0 / $q^{l_1}_{D_0}$ 109(a) = $\overline{q}_{D_0}$ 110} = {2,3}

Etape 2

$\overline{D_1}$ 111 devient D_1 = {2,3}.

La matrice de surclassement floue se réduit à :

	2	3	
2	1	.90	112
3	.86	1	

On a λ_1 = 0.82 ; l_2 = $\underset{a,b\in D_1}{\text{Max}}$ d(a,b)$<l_1$-s(l_1) d(a, b) = 0 113

En effet, λ_1 - s(λ_1) = 0.82 - (0.30 - 0.15 **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** 0.82) = 0.643.

La matrice représentative de la relation de surclassement $S^{l_2}_{D_1}$ 114 est :

	2	3	
2	0	0	115
3	0	0	

donc, pour chaque action :

ACTION	λ_2-puissance	λ_2-faiblesse	λ_2-qualification
2	0	0	0
3	0	0	0

On a λ_2 = 0; donc $\overline{C_2}$ 116 = {2,3} est la classe d'actions retenues lors de la 2ème distillation et $\overline{A_2}$ 117 = $\overline{A_1}$ 118 \ $\overline{C_2}$ 119 = {1,4,5,7,8}

Distillation 3

La matrice de surclassement floue est devenue :

	1	4	5	7	8
1	1	.62	0	0	0
4	.64	1	.88	.94	.74
5	.33	1	1	.80	.86
7	0	.85	.82	1	.81
8	0	.60	.77	0	1

Etape 1

On pose k = 0 et $\overline{D}_0$ 121 = $\overline{A}_2$ 122 = {1,4,5,7,8}

On a $l_0 = \underset{a,b \in D_0,\ a \neq b}{\text{Max}}\ d(a,b) = 1$ 123

On a $l_1 = \underset{\substack{d(a,b) < l_0 - s(l_0) \\ a,b \in D_0}}{\text{Max}}\ d(a,b) = 0.82$ 124

La relation $a S^{l_1}_{D_0} 125 b$ sera vérifiée si et seulement si :

d(a,b) > λ_1 = 0.82

et d(a,b) > d(b,a) + [0.30 - 0.15 **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** d(a,b)]

On obtient la matrice de surclassement suivante :

	1	4	5	7	8
1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0

126

La λ_1-qualification maximum est : $\overline{q}_{D_0}$ 127 = 0 , d'où :

$\overline{D}_1$ 128 = {a ∈ D / $q^{l_1}_{D_0}$(a) 129 = $\overline{q}_{D_0}$ 130} = {1,4,5,7,8}

On a | $\overline{D}_1$ | 131 ≠ 1 et λ_1 ≠ 0 ; on passe donc à l'étape suivante.

Etape 2

On a $D_1 = \{1,4,5,7,8\}$

On a $\lambda_1 = 0.82$; $l_2 = \underset{\substack{d(a,b) < \lambda_1 - s(\lambda_1) \\ a,b \in D_1}}{\text{Max}} d(a,b) = 0.64$ 132

En effet, $\lambda_1 = s(\lambda_1) = 0.82 - (0.30 - 0.15$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $0.82) = 0.643$
La matrice de surclassement floue est la même qu'à l'étape précédente.
La matrice représentative de la relation de surclassement $S_{D_1}^{l_2}$ 133 est

	1	4	5	7	8
1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	0

134

donc, pour chaque action

ACTION	λ_2-puissance	λ_2-faiblesse	λ_2-qualification
1	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
7	1	0	1
8	0	1	-1

La λ_2-qualification maximum est : $\overline{q}_{D_1}$ 135 = 1 , d'où :

$\overline{D}_2$ 136 = $\{a \in D_1 / q_{D_1}^{l_2}(a)$ 137 = $\overline{q}_{D_1}$ 138$\}$ = {7}.

On a $|\overline{D}_2|$ 139 = 1, donc $\overline{C}_3$ 140 = {7} est la classe d'action retenue lors de la 3ème distillation et $\overline{A}_3$ 141 = $\overline{A}_2$ 142 \ $\overline{C}_3$ 143 = {1,4,5,8}.
$|A_3| \neq 0$; donc on passe à la distillation suivante.

Distillation 4

La matrice de surclassement floue est devenue :

	1	4	5	8
1	1	.62	0	0
4	.64	1	.88	.74
5	.33	1	1	.86
8	0	.60	.77	1

Etape 1

On pose k = 0 et $\overline{D}_0$ 145 = $\overline{A}_3$ 146 = {1,4,5,8}

On a $l_0 = \underset{a,b\in D_0, a_b}{\text{Max}} d(a,b) = 1$ 147

On a $l_1 = \underset{d(a,b)<l_0\text{-}s(l_0)}{\underset{a,b\in D_0}{\text{Max}}} d(a,b) = 0.77$ 148

La relation a $S_{D_0}^{l_1}$ 149 b sera vérifiée si et seulement si :

$d(a,b) > \lambda_1 = 0.77$

et d(a,b) > d(b,a) + [0.30 - 0.15 **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** d(a,b)]

On obtient la matrice de surclassement suivante :

	1	4	5	8
1	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
8	0	0	0	0

150

La λ_1-qualification de chaque action appartenant à {1,4,5,8} est nulle.

La λ_1-qualification maximum est : $\overline{q}_{D_0}$ 151 = 0 , d'où :

$\overline{D}_1$ 152 = {a ∈ D_0 / $q_{D_0}^{l_1}$ 153(a) = $\overline{q}_{D_0}$ 154} = {1,4,5,8}

On a $|\overline{D}_1|$ 155 ≠ 1 et $\lambda_1 \neq 0$; on passe donc à l'étape suivante.

Etape 2

On a D_1 = {1,4,5,8}

On a λ_1 = 0.77 ; $l_2 = \underset{d(a,b)<l_1\text{-}s(l_1)}{\underset{a,b\in D_1}{\text{Max}}} d(a,b) = 0.33$ 156

En effet, $\lambda_1 = s(\lambda_1) = 0.77 - (0.30 - 0.15$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $0.77) = 0.585$

La matrice de surclassement floue est la même qu'à l'étape précédente.

La matrice représentative de la relation de surclassement $S_{D_1}^{l_2}$ 157 est

	1	4	5	8
1	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
8	0	0	0	0

158

La λ_2-qualification de chaque action de l'ensemble {1,4,7,8} est nulle.
La λ_2-qualification maximum est : $\overline{q}_{D_1}$ 159 = 0 , d'où :

$\overline{D}_2$ 160 = {a ∈ D_1 / $q^{l_2}_{D_1}$ 161 (a) = $\overline{q}_{D_1}$ 162} = {1,4,5,8}.

On a $|\overline{D}_2|$ 163 ≠ 1 et $\lambda_2 \neq 0$; on passe donc à l'étape suivante.

Etape 3

On a D_2 = {1,4,5,8}

On a λ_2 = 0.33 ; l_3 = $\underset{a,b\in D_2}{\underset{d(a,b)<l_2\text{-}s(l_2)}{\text{Max}}}$ d(a,b) = 0 164

La matrice de surclassement floue est la même qu'à l'étape précédente.
La matrice représentative de la relation de surclassement $S^{l_3}_{D_2}$ 165 est

	1	4	5	8
1	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	1	0	0	0
8	0	0	0	0

166

donc, pour chaque action :

ACTION	λ_3-puissance	λ_3-faiblesse	λ_3-qualification
1	0	1	-1
4	0	0	0
5	1	0	1
8	0	0	0

La λ_3-qualification maximum est : $\overline{q}_{D_2}$ 167 = 1 , d'où :

$\overline{D}_3$ 168 = {a ∈ D_2 / $q^{l_3}_{D_2}$(a) 169 = $\overline{q}_{D_2}$ 170} = {5}.

On a $|\overline{D}_3|171 = 1$, donc $\overline{C}_4 172 = \{5\}$ est la classe d'action retenue lors de la 4ème distillation et $\overline{A}_4 173 = \overline{A}_3 174 \setminus \overline{C}_4 175 = \{1,4,8\}$.
$|\overline{A}_4|176 \neq 0$ donc on passe donc à la distillation suivante.

Distillation 5

La matrice de surclassement floue est devenue :

Etape 1

	1	4	8
1	1	.62	0
4	.64	1	.74
8	0	.60	1

On pose k = 0 et $\overline{D}_0 178 =$ $\overline{A}_4 179 = \{1,4,8\}$

On a $l_0 = \underset{a,b\in D_0, a_b}{\text{Max}} d(a,b) = 0.74\ 180$

On a : $l_1 = \underset{d(a,b)<l_0\text{-}s(l_0)}{\underset{a,b\in D_0}{\text{Max}}} d(a,b) = 0\ 181$

En effet, $\lambda_0 - s(\lambda_0) = 0.74 - (0.30 - 0.15$ **Erreur ! Signet non défini.*Erreur ! Signet non défini.** $0.74) = 0.551$

On obtient la matrice de surclassement $S_{D_0}^{l_1} 182$suivante :

	1	4	8
1	0	0	0
4	0	0	0
8	0	0	0

183

La λ_1-qualification de chaque action appartenant à {1,4,8} est nulle.
La λ_1-qualification maximum est : $\overline{q}_{D_0} 184 = 0$, d'où :

$\overline{D}_1 185 = \{a \in D_0 / \ q_{D_0}^{l_1}(a) 186 = \overline{q}_{D_0} 187\} = \{1,4,8\}$

On a $|\overline{D}_1|188 \neq 1$ mais $\lambda_1 = 0$ donc $\overline{C}_5 189 = \{1,4,8\}$ et $\overline{A}_5 190 = \overline{A}_4 191 \setminus \overline{C}_5 192 = \varnothing$

Toutes les actions étant classées, la distillation descendante s'arrête.

Bibliographie

APPLICATIONS

1. ELECTRE III :

MARCHET J.C., SISKOS J. (1979) : Aide à la décision en matière d'environnement : Application au choix de tracé autoroutier, Sistemi Urbani 2, p. 66-95.

MENDOZA R.A. (1981) : Evaluation multicritère des régions et des projets de développement du bassin Chixoy au Guatemala, Thèse de 3e cycle, Université de Paris-Dauphine.

SISKOS J., HUBERT Ph. (1982) : Multicriteria analysis of impacts of energy alternatives : A survey of a new comparative approach, Cahier du LAMSADE n°41, Université de Paris-Dauphine, octobre (variante de ELECTRE III), également dans European Journal of Operational Research, Vol. 13, n°3, juillet, p.278-299.

GOUMAS A. (1983) : Expérimentation de deux modèles complémentaires d'aide à la décision sur une base de données commune, Mémoire de 3ème cycle, Université de Paris-Dauphine.

LOCHARD J., SISKOS J. (1983) : La gestion des risques environnementaux d'origine industrielle, dans : JACQUET-LAGREZE E. et SISKOS J. (eds), Méthode de décision multicritère, Hommes et Techniques (variante de ELECTRE III).

ROY B., PRESENT M., SILHOL D. (1983) : Programmation de la rénovation des stations du métro parisien : Un cas d'application de la méthode ELECTRE III, Document du LAMSADE n°24, Université de Paris-Dauphine, juillet ; également publié dans EJOR, 24, 1986, 318-334.

SALOMON R. (1983) : Evaluation technico-économique multicritère d'options destinées à lutter contre un certain type de pollution, Mémoire de 3e cycle, Université de Paris-Dauphine.

PARENT E., SCHNABELE P. (1988) : Le choix d'un aménagement aquacole - Exemple d'utilisation de la méthode ELECTRE III et comparaison avec d'autres méthodes multicritères d'aide à la décision. Document du LAMSADE n°47, Université de Paris-Dauphine, septembre.

BARDA O.H. (1988) : Utilisation d'ELECTRE III dans un problème de choix de sites pour l'implantation de centrales thermiques,. Document du LAMSADE n°48, Université de Paris-Dauphine, septembre (version abrégée publiée dans European Journal of Operational Research, Volume 45, nos 2-3, April 1990,332-346, en collaboration avec J. Dupuis et P. Lencioni).

STEMPLOWSKI Richard (1990) : Application de l'aide à la décision multicritère aux schémas d'aménagement des eaux, Mémoire de DEA, LAMSADE, Université Paris-Dauphine

ROY B., SLOWINSKI R., TREICHEL W. (1991) : Multicriteria programming of rural water supply systemes. Document du LAMSADE n°65, Université de Paris-Dauphine, mai, également

accepté pour publication dans le numéro spécial sur Multiple Objective Decision Making in Water Resources de Water Resources Bulletin

2. ELECTRE IV :

ROY B., HUGONNARD J.C. (1982) : Classement des prolongements de lignes de metro en banlieue parisienne (Présentation d'une méthode multicritère originale), Cahiers du CERO, Volume 24, n°2-3-4, p. 153-171.

ROY B., HUGONNARD J.C. (1982) : Ranking of suburban line extension projects on the Paris metro system by a multicriteria method, Transportation Research, Vol. 16A, n°4, p. 153-171.

GARGAILLO L. (1983) : Réponse à l'article de HUGONNARD J.C, ROY B. : le plan d'extension du métro en banlieue parisienne, un cas type d'application de l'analyse multicritère, Les Cahiers Scientifiques de la Revue Transport, n°6, 1er trimestre 1982 ; ELECTRE IV : Une analyse multicritère agrégée limitée, les Cahiers Scientifiques du Transport, n°11-12, 1985, 163-186.

METHODOLOGIE

ROY B. (1974) : Critères multiples et modélisation des préférences. (L'apport des relations de surclassement), Revue d'Economie Politique, 84, n°1, 1-44 (janvier-février).

ROY B. (1975) : Vers une méthodologie générale d'aide à la décision, Revue METRA, Vol. XIV, n°3, 456-497.

ROY. B. (1978) : ELECTRE III : un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples, Cahiers du Centre d'Etudes de recherche Opérationnelle, Vol. 20, n°1.

MARCHET J.C., SISKOS J. (9-11 avril 1979) : Decision analysis applied to environment : the case of the choice of a highway line, Communication présentée au congrès EURO III, Amsterdam.

SISKOS J. (juin 1979) : La modélisation des préférences au moyen de fonctions d'utilité additives, Thèse de 3e Cycle en Mathématiques Appliquées, Université de Paris VI.

MARTIN-FARRUGIA G., SILHOL D. (1979) : Aide à la décision pour unproblème d'allocation de postes dans l'administration publique, Mémoire de DEA 3 MS, Université de Paris-Dauphine (septembre).

MARCHET J.C. (1980) : Décision en matière d'environnement : Etudes et critères d'évaluation, Thèse de 3e Cycle en Sciences des Organisations, Université de Parsi-Dauphine (juin).

HUGONNARD J.C., ROY B. (1982) : Classement des prolongements de lignes de métro en banlieue parisienne (Présentation d'une méthode multicritère originale), Cahiers du CERO, Volume 24, n°2-3-4, p. 153-171.

ROY B., BOUYSSOU D. (janvier 1983) : Comparaison, sur un cas précis, de deux modèles concurrents d'aide à la décision, Université de Paris-Dauphine, Document du LAMSADE n°22; également publié dans EJOR, 25, 1986, 200-215.

ROY. B. (1985) : Méthodologie multicritère d'aide à la décision, Economica.

SCHÄRLIG A. (1985) : Décider sur plusieurs critères - Panorama de l'aide à la décision multicritère, Presses Polytechniques Romandes.

BARDA O.H. (1987) : Etude comparative des méthodes multicritères dans le cadre d'un problème de localisation (thèse de 3e cycle) - Université de Paris-Dauphine.

BOUYSSOU D., (1989) : Problèmes de construction de critères, Document du LAMSADE n°91, Université de Paris-Dauphine (avril)

ROY B. (1989) : The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods, Université de Paris-Dauphine, Document du LAMSADE n°53 (juillet)

VANDERPOOTEN D. (1989) : The construction of prescriptions in outranking methods, Université de Paris-Dauphine, Document du LAMSADE n°58, octobre.

VINCKE Ph. (1989) : L'aide multicritère à la décision, Editions Ellipses (France), Editions de l'Université Libre de Bruxelles (Belgique).

ROYB., BOUYSSOU D. (1991) : Procédures d'agrégation multicritère non fondées sur un critère unique de synthèse, Document du LAMSADE n°68, Université de Paris-Dauphine (juillet).

ROY B., BOUYSSOU D. (1991) : Aide à la décision fondée sur une PAMC de type ELECTRE, Document du LAMSADE n°69, Université de Paris-Dauphine (novembre).

ROY B., BOUYSSOU D. (1993) : Aide multicritère à la décision : Méthodes et Cas, Economica (mai 1993), 695 p.

Index

.ELD 8, 30, 31
.ELG 8, 39, 45
.ELR 8, 39
.TXT 41
Action 11-15, 17, 22, 26, 27, 32-36, 38, 40, 43, 45, 46, 58, 59, 67, 68, 70, 72, 74, 75, 77-81
Actions 9-18, 21, 23, 25-27, 31, 33-38, 40, 43-46, 49, 51, 53 57, 59-65, 67-70, 75, 81
Algorithme de classement 23, **25**, **57**, 58, **67**, 69, **71**
Analyse de robustesse 15, 39
Approche opérationnelle 11, **16**, 17
Chgt 39
Classement final **43**, 44, 60
Consul 37
Critère 13
Critères 12
Distillation ascendante **26**, 58, 68, 70
Distillation descendante **26**, 27, 58, 68, 70, 71, 81
Dominance 24, 25, 69
DONNEES 29, **30**, 45
Duplic 39
ELECTRE III 1, 5, 12, 15, 17, 25, 31-34, 36, 37, 41, 48-50, 57, 71, 83, 84
ELECTRE IV 23, 31, 34, 36, 37, 41, 49, 56, 69, 84
EXECUTION 8, **41**
FICHIER 7, 8, **30**, 31, 33-35, 37, 39-42, 44-47, 50, 56, 57
Graphe 39, 43,**44-46**, 60, 61
Imprimer 30, **40**, **44**, 45
Indice(s) de concordance **18-20**, 22, 50, 51
Indice de discordance **21**, 22, 52-53
INFO 41, 48
Installation 7
Matrice de surclassement 25, 26, 31, 34, 36, 41, 50, 55, 71-73, 75-81
Mode **31**, 34-37, 45, 50, 69
Modif 8, 33, **34**, 36, 40
Niveau de coupe 26, 47, **67**, 69
Nombre d'actions **9**, 34
Optimum 12
Performance 56
Poids 17, 18, 23, **33**, 36, 38, 56
Pseudo-dominance 24
Qualification 26, 67, 68, 72, 74-81
Quasi-dominance 24
Repr 33, **39**

RESULTATS 27, 29, **42**, 45, 58, 60
Sens des préférences 12, 32
Seuil constant 14, 33
Seuil de préférence 13, 15, 21, 24, 26, 32, 63, 65, 66
Seuil direct 14
Seuil inverse 14
Seuil variable 14
Sup 39, 43
Suppression 35, 36, 39, 44, 45
Surclassement 17, 22-26, 31, 34, 36, 41, 50, 54, 55, 57, 67, 68, 70-73, 75-81
SYSTEME 7, 29, **47**
Tableau des performances 11, 16